

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 + bx + 1$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -16

② -17

③ -18

④ -19

⑤ -20

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)^2 + c \\&= ax^2 - 4ax + 4a + c \\&= 3x^2 + bx + 1\end{aligned}$$

$$a = 3, b = -12, c = -11$$

$$\therefore a + b + c = -20$$

2. 점(2, 5)는 이차함수 $y = 2x^2 + q$ 위의 점일 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(0, -3)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(-3, 3)$

해설

$y = 2x^2 + q$ 의 그래프가 점 (2, 5) 를 지나므로

$$5 = 2(2)^2 + q \quad \therefore q = -3$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -2x^2$ 이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 2 만큼 평행 이동한 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 이차함수의 식은 $y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$ 이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.

③ 그래프는 $(0, \frac{4}{3})$ 을 지난다.

④ 그래프는 모든 사분면을 지난다.

⑤ 그래프는 위로 볼록하다.

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 2 만큼 평행이동

하면 $y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 2$ 이다.

따라서 꼭짓점의 좌표 $(-1, 2)$ 이다.

5. 이차함수 $y = 2x^2 - 4$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, -4)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = -4$ 이다.

③ 점 $(1, -2)$ 를 지난다.

④ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $\{y \mid y \geq -4\}$ 이다.

해설

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = 5(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 -2 , 4 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, 7)$ 을 지날 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = 5(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 -2 , 4 만큼 평행이동하면

$y = 5(x-3+2)^2 - 2 + 4$, $y = 5(x-1)^2 + 2$ 이고

점 $(a, 7)$ 을 지나므로 대입하면

$7 = 5(a-1)^2 + 2$, $1 = (a-1)^2$, $a-1 = \pm 1$ 이다. $a > 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.

7. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

8. 다음 보기에 주어진 이차함수에 대하여 옳게 설명한 것은?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$

㉡ $y = -2(x+3)^2 - 1$

㉢ $y = \frac{1}{4}x^2$

㉣ $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2$

㉤ $y = x^2 + 3$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠, ㉡, ㉤이다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉤이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉢, ㉤이다.
- ④ 폭이 가장 넓은 포물선은 ㉡이다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉠, ㉤이다.

해설

- ① x^2 의 계수가 양이면 아래로 볼록하다. 따라서 ㉢, ㉤이 아래로 볼록하다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선의 식은 $y = ax^2$ 의 꼴이다. 따라서 ㉢이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 포물선은 $y = ax^2$ 또는 $y = ax^2 + q$ 의 꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ (옳다)
- ④ x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 ㉢의 폭이 가장 넓다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선은 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이므로 ㉡, ㉣이다.

9. 이차방정식 $y = -2(x-1)^2 + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
- ㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
- ㉢ 모든 사분면을 지난다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉤ $\{x|x > 1\}$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

▶ 답 :

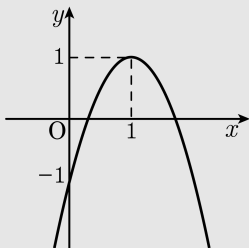
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

그래프를 그려 보면 다음과 같다.



㉡ $x = 1$ 을 축으로 한다. ㉢ 제2 사분면을 지나지 않는다.

10. 다음 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $y = ax^2 + q$ ($a \neq 0$)의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $y = a(x + p)^2$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.

③ $y = a(x - p)^2 + q$, $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이 된다.

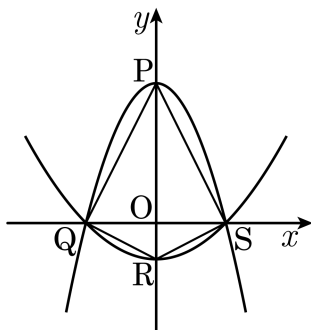
④ $y = ax^2$ 의 그래프는 원점을 꼭짓점, y 축을 대칭축으로 하는 포물선이다.

⑤ $y = a(x - p)^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 일 때, $p > 0$ 인 x 의 값에 대하여 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

② $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 $-p$ 만큼 평행이동한 것이다.

11. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $P(0,4)$ 이고, 점 $R(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $Q(2,0)$ 이고, 점 $S(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.

㉣ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.

㉤ $\square PQRS = 12$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2,0)$, $S(2,0)$ 이다.

$$\overline{QS} = 4$$

또, $P(0,4)$ 이고 $R(0,-1)$

$$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

12. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

13. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

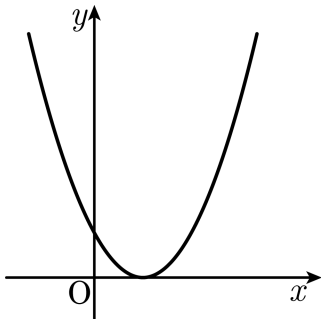
$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b ,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

$$b = \frac{a^2}{4} ,$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

14. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



① 제1, 2 사분면

② 제3, 4 사분면

③ 제1, 2, 4 사분면

④ 제2, 3, 4 사분면

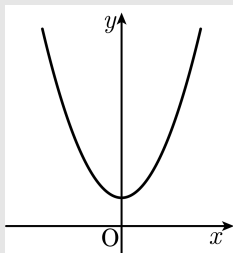
⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.

$y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.

따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



15. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$