

1. 소금과 물의 혼합물에 물 1g 을 넣었더니 20% 의 농도가 되었다. 다시 이 혼합물에 소금 1g 을 넣었더니 $\frac{1}{3}$ 의 농도가 되었다. 처음 혼합물 속의 소금의 농도는 몇 % 인지 구하여라.

▶ 답: %

▶ 정답: 25 %

해설

처음 혼합물에 물 x g, 소금 y g 이 있다고 하면
문제의 조건에서

$$\frac{y}{x+y+1} = \frac{1}{5} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{y+1}{x+y+2} = \frac{1}{3} \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $x = 3, y = 1$

따라서 처음 소금물의 농도는

$$\frac{y}{x+y} = \frac{1}{3+1} = 0.25 (= 25\%)$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 4$

② $4 < a < 7$

③ $a \leq 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 \leq a \leq 7$

해설

$$\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < \frac{a-4}{3} \end{cases}$$

정수 x 는 $-2, -1, 0$ 이므로 $0 < \frac{a-4}{3} \leq 1$

$$\therefore 4 < a \leq 7$$

3. 세 점 A(3, 2), B(4, k), C(1, -2) 가 한 직선 위에 있을 때, k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기: $\frac{k-2}{4-3}$

두 점 B, C 를 지나는 직선의 기울기: $\frac{-2-k}{1-4}$

$$\frac{k-2}{4-3} = \frac{-2-k}{1-4}$$

$$3(k-2) = 2+k$$

$$\therefore k = 4$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀어라.

① $-2 < x \leq 1$

② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x > -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x \leq 2$$

5. 관식이는 5% 소금물 200g 과 10% 소금물을 섞어 8% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 10%의 소금물을 얼마만큼 넣어 주어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g이하

▷ 정답 : 300 g이하

해설

5% 의 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{5}{100} \times 200 = 10(\text{g})$ 이다.

10% 의 소금물 x g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times x = \frac{x}{10}(\text{g})$ 이다.

5% 의 소금물 200g 과 10% 의 소금물 x g 이 섞여 8% 의 농도일 때, 들어있는 소금의 양은 $\frac{8}{100} \times (200 + x)(\text{g})$ 이다.

$$10 + \frac{x}{10} \leq \frac{8 \times (200 + x)}{100}$$

$$1000 + 10x \leq 1600 + 8x$$

$$2x \leq 600$$

$$x \leq 300$$

10% 의 소금물을 300g 이하로 넣어주어야 한다.

6. 연립부등식 $-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$$

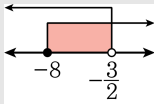
$$\Rightarrow \begin{cases} -4 + 5x < 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x \geq -8 \end{cases}$$

가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$$\therefore (-2) + (-8) = -10$$



7. 입장료가 3000 원인 어느 야구 경기장에서 20 명 이상이면 초과되는 인원 에 한하여 1000 원씩 할인을 해준다고 한다. 80000 원 이하로 야구장에 가려고 할 때, 최대 몇 명까지 갈 수 있겠는가?

① 27명

② 30명

③ 32명

④ 40명

⑤ 42명

해설

초과된 사람 수를 x 명이라고 하자.

$$(3000 \times 20) + 2000x \leq 80000$$

$$x \leq 10$$

원래 20 명과 초과된 10 명을 합해서 최대 30 명까지 갈 수 있다.

8. 3% 의 소금물과 8% 의 소금물을 섞어서 농도가 6% 이하인 소금물 300g 을 만들려고 한다. 이때, 3% 의 소금물은 최소 몇 g 이상 넣어야 하는가?

① 80g 이상

② 100g 이상

③ 120g 이상

④ 140g 이상

⑤ 140g 이상

해설

구하려는 소금물을 x 라 하면

$$\frac{3}{100} \times x + \frac{8}{100} \times y \leq \frac{6}{100} \times 300 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y = 300 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식을 ㉠의 식에 대입하여 정리하면

$$\frac{3}{100} \times x + \frac{8}{100} \times (300 - x) \leq \frac{6}{100} \times 300$$

$$\therefore x \geq 120 \text{ (g)}$$

9. 3000 원 하는 안개꽃 한 다발과 한 송이에 700 원 하는 장미 여러 송이를 사려고 한다. 집에서 꽃가게는 편도 1200 원의 차비가 들고 꽃은 모두 30000 원 이하의 비용으로 사되 장미를 가능한 한 많이 넣어서 집에 도착하려 할 때, 장미는 몇 송이 넣을 수 있는지 구하여라.



답 :

송이



정답 : 35 송이

해설

안개꽃은 한 다발만 산다고 했으므로 3000 원이고 장미의 송이 수를 x 개로 하면 $700x$ 가 되고 차비는 편도 1200 원이기 때문에 왕복 2400 원이 든다.

모두 합치면 $(3000 + 700x + 2400)$ 원이 되고 30000 원 이하이므로 식을 세우면

$$3000 + 700x + 2400 \leq 30000 \text{ 이 된다.}$$

식을 풀면

$$3000 + 700x + 2400 \leq 30000$$

$$700x \leq 30000 - 3000 - 2400$$

$$700x \leq 24600$$

$$7x \leq 246$$

$$\therefore x \leq \frac{246}{7} = 35.\times\times\times$$

이므로 장미를 최대한 많이 넣으려면 35 송이를 사면 된다.

10. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x - a \\ 2x - a < -6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$$

$$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8} \text{ 가 } \frac{2}{5} < x < b \text{ 이므로}$$

$$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$5a - 36 = 4$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

11. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. ‘어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고’ 를 식으로 표현하면, $5(x - 10) > 20$ 이고, ‘어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다’ 를 식으로 표현하면, $2x - 4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 5(x - 10) > 20 \\ 2x - 4 < 28 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases}$$
 따라서 $14 < x < 16$ 이다.

x 는 정수이므로 15 이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{y}{6} - \frac{x}{2} + 2 = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $2y = -x + a$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$\begin{cases} y - 3x + 12 = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x + y = -12 \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x + y = 3 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠ - ㉡을 하면 $x = 3, y = -3$ 이다.

따라서 $2y = -x + a$ 에서

$$2 \times (-3) = -3 + a$$

$$-6 = -3 + a$$

$$\therefore a = -6 + 3 = -3$$

13. 배를 타고 강을 8km 올라가는 데 40 분, 내려가는 데 20 분 걸렸다. 이때 배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} \frac{8}{x+y} = \frac{2}{3} \\ \frac{x-y}{8} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} \frac{x-y}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{x+y}{8} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{cases} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} \frac{8}{x-y} = 40 \\ \frac{x+y}{8} = 20 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{cases} x+y = 12 \\ x-y = 24 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $(x-y)$ km/h, 내려올 때의 속력은 $(x+y)$ km/h 이므로

$$\begin{cases} \frac{8}{x-y} = \frac{2}{3} \\ \frac{x+y}{8} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{cases} \quad \text{의 관계식이 나온다.}$$

14. 연립방정식 $3x+4y+1 = -y+5x+10 = -x+2y-5$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

준식을 정리하면

$$\begin{cases} -2x + 5y = 9 \\ 6x - 3y = -15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x + 5y = 9 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = -5 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 에서 $y = 1$ 이고

$\textcircled{㉠}$ 에 $y = 1$ 을 대입하면 $x = -2$ 이다.

15. 다음에서 미지수가 2 개인 일차방정식을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x = y$

② $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1$

③ $2x + y = y + 2$

④ $x + y + z^2 = 2y + z^2 + 2$

⑤ $y = x(x - 1)$

해설

$$ax + by + c = 0 (a, b, c \text{는 상수}, a \neq 0, b \neq 0)$$

① $x = y \quad \therefore x - y = 0$

④ $x + y + z^2 = 2y + z^2 + 2 \quad \therefore x - y - 2 = 0$

16. 두 방정식 $x^2 + 5y^2 = z^2 + 9$, $x^2 - y^2 - z^2 = 10$ 을 동시에 만족하는 서로 다른 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$$x^2 + 5y^2 - z^2 = 9 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x^2 - y^2 - z^2 = 10 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 하면 } x^2 - 6y^2 = 1$$

이때 x, y 는 정수이므로

$$x^2 = 25, y^2 = 4 \text{ 이고 이를 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면}$$

$$z^2 = 36$$

따라서 $x = 5$ 또는 -5 , $y = 2$ 또는 -2 , $z = 6$ 또는 -6 이 된다.

따라서 구하는 순서쌍은 $(5, 2, 6), (5, 2, -6), \cdots, (-5, -2, -6)$ 으로 8개 이다.

17. 일차방정식 $x + 2y = 9$ 의 해를 바르게 구한 것은? (단, x, y 는 자연수)

① $(1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1)$

② $(0, 9), (1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1)$

③ $(-1, 5), (1, 4), (3, 3), (5, 2)$

④ $(1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1)$

⑤ $(1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1), (9, 0)$

해설

자연수 x, y 에 대하여, $x = 1, 2, 3, \dots$ 을 차례로 대입하여 해를 구하면

$(1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1)$

18. 물통에 물을 넣는데, 큰 관과 작은 관을 사용하여 3 분 동안 넣은 다음, 큰 관만으로 물을 넣었더니 5 분 후에 물통이 가득 찼다. 또 두 관을 사용하여 4 분 동안 물을 넣은 다음 작은 관만을 사용하였더니 7 분 후에 물통이 가득 찼다고 한다. 이때 작은 관으로만 물을 넣는다면 몇 분이 걸리는지 구하여라.

▶ 답 : 분

▷ 정답 : 19 분

해설

전체 물의 양을 1, 큰 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 x 라 하고, 작은 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 y 라 하자.

$$3(x + y) + 5x = 1$$

$$4(x + y) + 7y = 1$$

두 식을 정리하면

$$\begin{array}{r} 8x + 3y = 1 \\ -) 8x + 22y = 2 \\ \hline -19y = -1 \end{array}$$

$$y = \frac{1}{19}, x = \frac{2}{19}$$

∴ 작은 관은 1 분에 전체의 $\frac{1}{19}$ 을 넣을 수 있으므로 작은 관만으로 물을 넣으면 19분이 걸린다.

19. 연립방정식 $ax - by = 7$, $x - cy = 3$ 의 해 $(x, y) = (-2, 3)$ 이다. 그런데 c 를 잘못 보고 풀었더니 $(x, y) = (-3, 1)$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{14}{3}$

해설

$ax - by = 7$ 에 $(x, y) = (-2, 3)$ 과 $(x, y) = (-3, 1)$ 를 각각 대입하여 풀면

$$a = -2, b = -1$$

$$x - cy = 3 \text{ 에 } (x, y) = (-2, 3) \text{ 을 대입하면 } c = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{14}{3}$$

20. 연립방정식
$$\begin{cases} 3ab + 2bc + ca = 9abc \\ ab + 3bc - 2ca = 10abc \\ 5ab + 4bc - 3ca = 25abc \end{cases}$$
 의 해를 구하여라 (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = -\frac{1}{2}$

▷ 정답 : $c = \frac{1}{3}$

해설

각 변을 abc 로 각각 나누면

$$\begin{cases} \frac{3}{1} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = 9 \\ \frac{1}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = 10 \\ \frac{5}{c} + \frac{4}{a} - \frac{3}{b} = 25 \end{cases}$$

$\frac{1}{a} = A, \frac{1}{b} = B, \frac{1}{c} = C$ 로 놓으면 주어진 식은

$$\begin{cases} 2A + B + 3C = 9 & \dots\dots ① \\ 3A - 2B + C = 10 & \dots\dots ② \\ 4A - 3B + 5C = 25 & \dots\dots ③ \end{cases}$$

① $\times 2 +$ ② 에서 $7A + 7C = 28$

$\therefore A + C = 4 \dots ④$

① $\times 3 +$ ③ 에서 $10A + 14C = 52$

$\therefore 5A + 7C = 26 \dots\dots ⑤$

④ $\times 5 -$ ⑤ 에서 $-2C = -6 \therefore C = 3$

$C = 3$ 을 ④ 에 대입하면 $A = 1$

$A = 1, C = 3$ 을 ① 에 대입하면 $B = -2$

즉, $A = 1, B = -2, C = 3$ 이므로

$$a = 1, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{3}$$