

1. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10

② -10

③ 3

④ -3

⑤ -5

해설

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

2. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 양의 근을 구하면?

① $2 + \sqrt{7}$

② $2 \pm \sqrt{7}$

③ $2 - \sqrt{7}$

④ $-2 + \sqrt{7}$

⑤ $-2 \pm \sqrt{7}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 3}}{1} = 2 \pm \sqrt{7}$$

따라서 양의 해는 $2 + \sqrt{7}$ 이다.

3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다.
 $m + n$ 의 값은?

① 1

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a^2 + a - 1$$

서로 다른 두 근을 가지므로

$$a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$$

$$(3a - 2)(a + 2) < 0$$

$$-2 < a < \frac{2}{3}$$

그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로

$$-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$$

$$\therefore m + n = \frac{4}{3}$$

4. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

- ① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

5. 고속도로의 통행료를 $x\%$ 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x\%$ 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면
인상 후의 통행료는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 원

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$$

$$= A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right) \text{이다.}$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{78}{100}\right)$$

$$2x^2 + 175x - 1950 = 0$$

$$(2x + 195)(x - 10) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 10$$

6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프가 제 3사분면 위의 점 $(a, 3a)$ 를 지날 때, $2a$ 의 값은?

- ① -3 ② 3 ③ -4 ④ 4 ⑤ -2

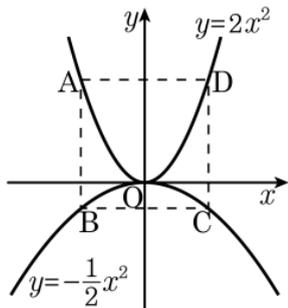
해설

$$3a = -2a^2, 2a \left(a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점 $(a, 3a)$ 가 제 3사분면 위의 점이므로 $2a = 2 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -3$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

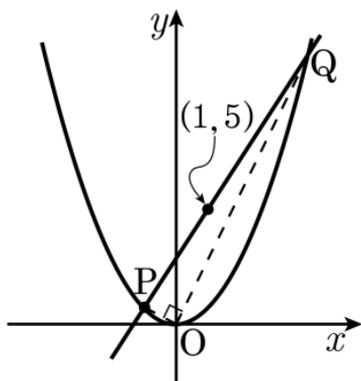
$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

8. 다음 그림과 같이 점 $(1, 5)$ 를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$ 과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90^\circ$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



- ① $y = x + 4$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 3x + 2$
 ④ $y = 4x + 1$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a 라 하면 점 $(1, 5)$ 를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$

$$\therefore y = ax - a + 5$$

$y = x^2$, $y = ax - a + 5$ 의 교점의 x 좌표를 α , β 라 할 때,

α , β 는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$ 의 근이다.

점 P (α, α^2) , Q (β, β^2) 이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각

$$\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha, \frac{\beta^2}{\beta} = \beta \text{이고,}$$

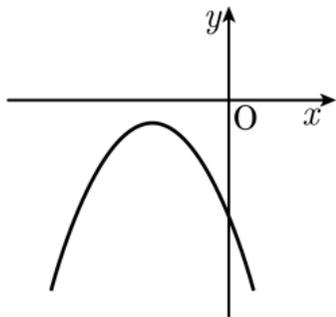
$$\overline{PO} \perp \overline{QO} \text{이므로 } \alpha\beta = -1 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 $a - 5 = -1$ (\because 근과 계수관계)

$$\therefore a = 4$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

9. 이차함수 $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호로 알맞은 것은?



- ① $a > 0, p > 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q > 0$
 ③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a < 0, p = 0, q < 0$
 ⑤ $a < 0, p > 0, q = 0$

해설

$y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $-a < 0, a > 0$ 이고 꼭짓점의 좌표가 제 3 사분면 위에 있으므로 $p < 0$ 이고 $-q < 0, q > 0$ 이다.

10. 두 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 3$, $y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x = p$ 와 만나는 점을 각각 C, D, 직선 $x = q$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

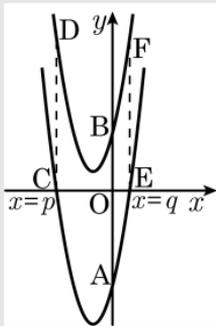
▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2x^2 + 4x + 3 \text{ 은 } y = 2(x+1)^2 + 1$$

$$y = 2x^2 + 4x - 5 \text{ 는 } y = 2(x+1)^2 - 7 \text{ 이므로}$$

$y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프는 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 것이므로



$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF}$$

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = 2$$

11. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 6

② 2

③ -2

④ -4

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$$

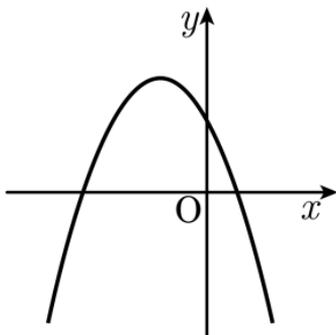
x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$$y = (x - 2 - 2)^2 - 3$$

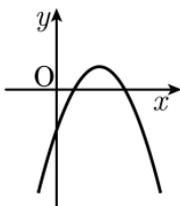
따라서 $y = (x - 4)^2 - 3$

$(3, m)$ 을 대입하면 $m = (-1)^2 - 3 = -2$ 이다.

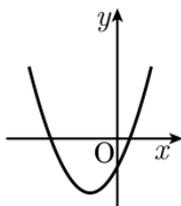
12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는?



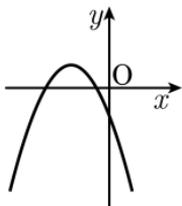
①



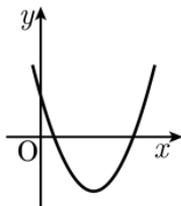
②



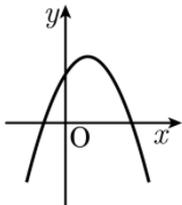
③



④



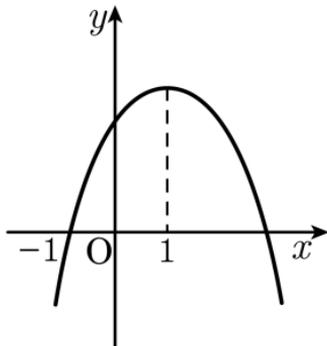
⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b < 0$, y 절편이 x 축 위에 있으므로 $c > 0$ 이다. 따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 위로 볼록한 모양이며, 축이 y 축의 오른쪽에 있고, y 절편이 x 축 아래에 있다.

13. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $ab < 0$

② $bc > 0$

③ $ac > 0$

④ $abc < 0$

⑤ $a + b + c > 0$

해설

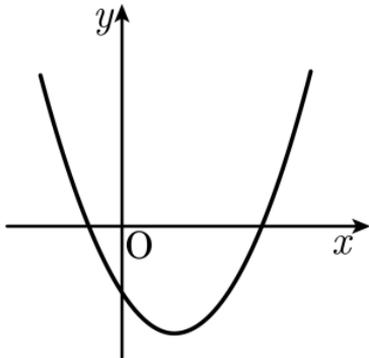
그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서

$x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고

y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호는?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c < 0$
③ $a > 0, b < 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$ 이고 $ab < 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,

$y = x - 1$ 에서 $(3, 2)$, $(-2, -3)$ 을 지나므로,

$a + q = 2$, $16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{3}$ 이므로

$$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

16. x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(2, 10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x - 3)(x - 1)$

② $y = -2(x + 3)(x - 1)$

③ $y = 2(x + 3)(x - 1)$

④ $y = -2(x - 3)(x - 1)$

⑤ $y = -2(x - 3)(x + 1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 이므로

$y = a(x + 3)(x - 1)$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면

$$10 = a(2 + 3)(2 - 1)$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore y = 2(x + 3)(x - 1)$$

17. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a + b + p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

① 12

② 0

③ -18

④ 42

⑤ -14

해설

$$y = 2(x + p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1 + p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p + 4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$

18. $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$, $p + 2q \leq 2$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때 $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ 에서 $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$ 이므로

최솟값 m 은 $x = -\frac{p}{2}$ 일 때이다.

$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한 $p + 2q \leq 2$ 에서 $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p+1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서 m 의 최댓값은 $\frac{5}{4}$ 이다.

19. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm 인 삼각형의 최대 넓이는?

① 90 cm^2

② 92 cm^2

③ 94 cm^2

④ 96 cm^2

⑤ 98 cm^2

해설

삼각형의 밑변의 길이를 $x \text{ cm}$, 높이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}x(28 - x)$$

$$= \frac{1}{2}(-x^2 + 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 98$$