

1. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

2. 다음 보기의 이차방정식 중 $x = 2$ 가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x + 1)(x - 2) = 0$

㉡ $x^2 - x - 6 = 0$

㉢ $2x^2 - 5x + 2 = 0$

㉣ $(x - 1)^2 - 4 = 0$

㉤ $x^2 - 3x = 0$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x = 2$ 를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉣의 2개이다.

3. p, q, r 에 대하여 $(p+q+r)^2 = 3pq+3qr+3rp$ 이 성립할 때, p, q, r 을 세 변으로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인지 말하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 정삼각형

해설

$$(p+q+r)^2 = 3pq+3qr+3rp$$

$$p^2+q^2+r^2+2pq+2qr+2rp = 3pq+3qr+3rp$$

$$p^2+q^2+r^2-pq-qr-rp = 0$$

양변에 2를 곱하면

$$2p^2+2q^2+2r^2-2pq-2qr-2rp = 0$$

$$(p-q)^2+(q-r)^2+(r-p)^2 = 0$$

$$p-q=q-r=r-p=0$$

$$\therefore p=q=r$$

따라서 p, q, r 을 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이다.

4. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 1

④ -1

⑤ 4

해설

중근 -2 를 가지므로

$$(x + 2)^2 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

양변에 2를 곱하면

$$2x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$\therefore a = -8, b = 6$$

$$\therefore a + b = -2$$

5. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

6. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6xy + 9y^2 + x - 3y = 6$ 이 성립하는 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(x - 3y)^2 + (x - 3y) - 6 = 0$ 에서 $x - 3y = X$ 로 치환 하면

$$X^2 + X - 6 = 0$$

$$(X + 3)(X - 2) = 0$$

$$(x - 3y + 3)(x - 3y - 2) = 0$$

$x = a + 6\sqrt{3}$, $y = 1 + 2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$(a - 3 + 3)(a - 3 - 2), a(a - 5) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 5$$

$$\therefore 0 + 5 = 5$$

7. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6

② 12

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로
 $a + b = 42$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값은?

① 5

② 3

③ 1

④ -1

⑤ -5

해설

두 근을 α , $\alpha + 3$ 이라 하면

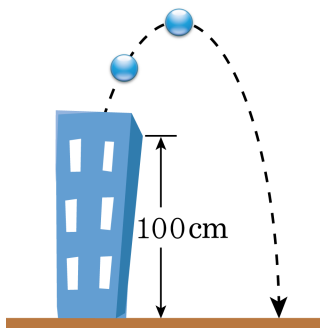
$$\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$$

$$\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$$

$$-2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 5$$

9. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
 ④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지

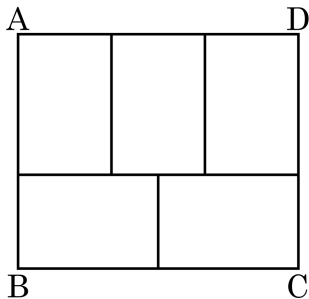
올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 - 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $22\sqrt{10}$ cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60 (\text{cm}^2)$

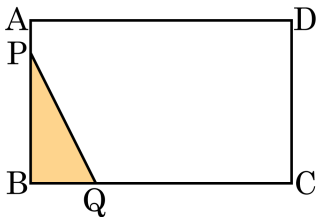
작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$$\frac{3}{2}x \times x = 60, x^2 = 40, x = 2\sqrt{10} (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 3x, \overline{AB} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10} (\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?



① 3 초 또는 5 초

② 2 초 또는 8 초

③ 5 초 또는 7 초

④ 2 초 또는 5 초

⑤ 2 초 또는 7 초

해설

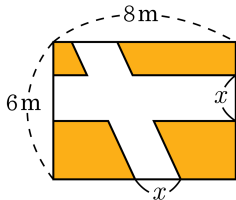
x 초 후의

$$\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16$$

$$\rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = 2, 8$$

12. 다음 그림과 같이 가로 8m, 세로 6m인 직사각형 모양의 땅에 너비가 x m인 길을 만들려고 한다. 길을 만들고 난 나머지 땅의 넓이가 24m^2 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 2 m

해설

$$(8 - x)(6 - x) = 24$$

$$x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$(x - 2)(x - 12) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 12$$

$$0 < x < 6 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ 이다.}$$

13. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① $f(-1) = 0$

② $f(0) = 0$

③ $f(1) = -4$

④ $f(2) = -3$

⑤ $f(5) = 12$

해설

② $f(0) = -3$

14. $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 a 의 값의 범위는 $2m < a < n$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

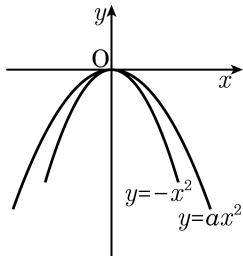
① $-\frac{1}{2}$

② -1

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1



해설

$$-1 < a < 0 \quad \therefore m = -\frac{1}{2}, n = 0$$

$$\therefore m + n = -\frac{1}{2}$$

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 점 (3, 2) 를 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (0, 5) 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ⑤ $y = 3x^2 + 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

16. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -3(-x-1)^2 + 2$$

$$y = -3(x+1)^2 + 2$$

점 $(-1, k)$ 를 대입하면

$$-3(-1+1)^2 + 2 = k$$

$$\therefore k = 2$$

17. 이차함수 $y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$ 의 그래프의 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있을 때, k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 < k < 0$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 - 3k^2 + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 + k^2 - 3k - 18\end{aligned}$$

꼭짓점은 $(-k, k^2 - 3k - 18)$

이때, 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로

$$-k > 0 \quad \therefore k < 0$$

$$k^2 - 3k - 18 < 0$$

$$(k+3)(k-6) < 0$$

$$\therefore -3 < k < 6$$

따라서 $-3 < k < 0$ 이다.

18. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = x^2$ 의 그래프가 된다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

꼭짓점은 $(-2, -3)$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

19. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

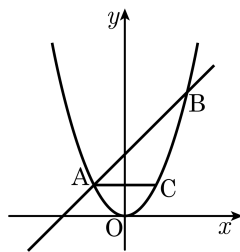
$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$

20.

다음 그림과 같이 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 의 교점을 A, B 라 하고 삼각형 ABC 의 넓이가 12 가 되는 이차곡선 위의 한 점을 C 라 하자. 점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 기울기를 구하여라. (단, 점 C 는 1 사분면에 위치한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 그래프의 교점을 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, \quad x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ 이므로}$$

교점 A, B 는 $(-2, 2)$, $(4, 8)$ 이다.

점 C 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라 하면

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 6 - \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2}a^2\right) (a + 2) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}a^2 + 8\right) (4 - a) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a + 12 = 12 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2 (\because x > 0)$$

따라서 점 C 의 좌표는 $(2, 2)$

점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선은 선분 AB 의 중점인 $(1, 5)$ 를 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는 -3 이다.

21. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.

② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.

③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

22. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + 1$$

$$= 2x^2 - 8x + 9$$

23. 함수 $f(x) = x - 3$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 2x + 4$ 에 대하여 $h(g(f(x)))$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $f(g(h(m)))$ 의 값을 구하여라.

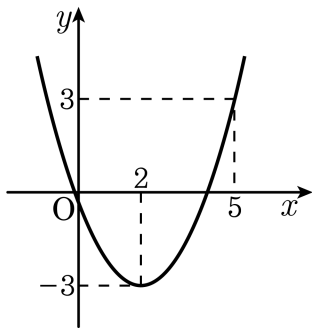
▶ 답 :

▷ 정답 : 141

해설

$$g(f(x)) = (x - 3)^2, h(g(f(x))) = 2(x - 3)^2 + 4 \text{ 이므로 } m = 4$$
$$\therefore f(g(h(m))) = (2m + 4)^2 - 3 = 141$$

24. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. apq 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

꼭짓점 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$
 $y = a(x - 2)^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(5, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 9a - 3 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}(x - 2)^2 - 3$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}, p = 2, q = -3$$

$$\therefore apq = \frac{2}{3} \times 2 \times (-3) = -4$$

25. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\&= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\&= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \quad \text{이므로} \quad a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$