

1. 다음 계산 중 ㉠, ㉡에 이용되고 있는 덧셈의 계산 법칙을 차례대로 쓰면?

$$\begin{aligned} & (-5) + (+8) + (+5) \\ &= (-5) + (+5) + (+8) \quad \leftarrow \text{㉠} \\ &= \{(-5) + (+5)\} + (+8) \quad \leftarrow \text{㉡} \\ &= 0 + (+8) \\ &= 8 \end{aligned}$$

① 교환법칙, 교환법칙

② 교환법칙, 결합법칙

③ 결합법칙, 교환법칙

④ 결합법칙, 분배법칙

⑤ 분배법칙, 교환법칙

해설

㉠ $(+8)$ 과 $(+5)$ 가 자리 바꿈: 교환법칙

㉡ $\{(-5) + (+5)\}$ 를 먼저 더함: 결합법칙

2. 다음 수 중에서 양의 정수의 개수를 a , 음의 정수의 개수를 b 라 할 때 $a - b$ 를 구하여라.

$$-3, \frac{13}{2}, 1\frac{1}{3}, 0, -5, 6.1, \frac{8}{2}, \frac{9}{3}, \frac{2}{4}, \frac{7}{6}, -8.4, 4, 1, \frac{2}{15}, -\frac{17}{17}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양의 정수는 자연수에 + 부호를 붙인 수이고, 음의 정수는 자연수에 - 부호를 붙인 수이다.

$\frac{8}{2} = 4$, $\frac{9}{3} = 3$ 이므로 양의 정수이다. $-\frac{17}{17} = -1$ 이므로 음의 정수에 속한다.

양의 정수는 $\frac{8}{2}$, $\frac{9}{3}$, 4, 1로 4개이므로 $a = 4$, 음의 정수는

$-3, -5, -\frac{17}{17}$ 로 3개이므로 $b = 3$ 이다.

따라서 $a - b = 1$ 이다.

3. 다음 보기의 수 중에서 그림의 색칠한 부분에 해당하는 수의 개수를 구하여라.

정수

자연수

보기

㉠ 0

㉡ 1

㉢ -3

㉣ $+\frac{3}{4}$

㉤ +8

㉥ $-\frac{42}{7}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

그림의 색칠한 부분은 자연수가 아닌 정수이다.

따라서, $-\frac{42}{7} = -6$ 이므로 색칠한 부분에 해당하는 수는

0, -3, $-\frac{42}{7}$ 의 3 개이다.

4. $-1 < a < 0$, $b > 1$ 일 때, 다음을 큰 순서대로 쓴 것은?

㉠ 0

㉡ a^2b

㉢ $\frac{b}{a}$

㉣ ab

① ㉠, ㉡, ㉣, ㉢

② ㉣, ㉡, ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉠, ㉣, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉠, ㉣

⑤ ㉢, ㉡, ㉠, ㉣

해설

㉠ 0

㉡ $a^2b > 0$

㉢ $\frac{b}{a} < 0$

㉣ $ab < 0$

㉢, ㉣에서 $\frac{1}{a} < a < 0$ 이므로 $\frac{b}{a} < ab < 0$

$\therefore$ ㉢ < ㉣

따라서 ㉡ > ㉠ > ㉣ > ㉢이다.

5. $|a| = \frac{2}{3}$, $|b| = 0.5$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값으로 옳은 것은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{7}{6}$

③ $-\frac{1}{6}$

④ $-\frac{7}{6}$

⑤ $-\frac{7}{3}$

해설

$$\left| +\frac{2}{3} \right| = \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} \therefore a = +\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$$

$$|+0.5| = |-0.5| = 0.5 \therefore b = +0.5, -0.5$$

$$a = +\frac{2}{3}, b = +0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(+\frac{2}{3} \right) + (+0.5) = +\frac{7}{6}$$

$$a = +\frac{2}{3}, b = -0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(+\frac{2}{3} \right) + (-0.5) = +\frac{1}{6}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = +0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(-\frac{2}{3} \right) + (+0.5) = -\frac{1}{6}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = -0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(-\frac{2}{3} \right) + (-0.5) = -\frac{7}{6}$$

$-\frac{7}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}$ 이므로 최솟값은 $-\frac{7}{6}$ 이다.

6. 3 과 $\frac{13}{2}$ 사이에 분모가 4 인 기약분수 중 가장 작은 수는 A , 가장 큰 수는 B 일 때, $A - B$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{11}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ -1 ⑤ -3

해설

$$3 = \frac{12}{4}, \frac{13}{2} = \frac{26}{4} \text{ 이므로}$$

$$A = \frac{13}{4}, B = \frac{25}{4}$$

$$A - B = \frac{13}{4} - \frac{25}{4} = -3$$

7. $0.3 + \frac{1}{2} - \square + 0.5 + \frac{1}{6} = \frac{11}{15}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① $\frac{11}{15}$

② $\frac{13}{15}$

③ 1

④ $\frac{17}{15}$

⑤ $\frac{19}{15}$

해설

$$\frac{4}{5} - \square + \frac{2}{3} = \frac{11}{15}$$

$$\begin{aligned} -\square &= \frac{11}{15} - \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{11 - 12 - 10}{15} \end{aligned}$$

$$\therefore \square = \frac{11}{15}$$

8. 다음을 계산하여 그 값이 큰 것부터 차례로 나열하면?

$$\text{㉠. } -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5$$

$$\text{㉡. } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{㉢. } \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51}$$

$$\text{㉣. } \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-6^2) \times (-1)$$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉣, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉡, ㉣

④ ㉣, ㉢, ㉠, ㉡

⑤ ㉣, ㉢, ㉡, ㉠

해설

$$\text{㉠. } -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^5 = \frac{1}{8} \times (-1) = -\frac{1}{8}$$

$$\text{㉡. } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-2^4) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{9} \times (-16) \times \frac{1}{4} = -\frac{4}{9}$$

$$\text{㉢. } \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1)^{51} = \frac{9}{16} \times (-8) \times (-1) = \frac{9}{2}$$

$$\text{㉣. } \frac{4}{9} \times (-36) \times (-1) = 16$$

9. n 이 홀수인 자연수일 때,
 $(-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\}$ 를 계산하면?

① -8

② -4

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & n \text{ 이 홀수일 때 } n+1, 2 \times n \text{ 은 짝수, } n+4 \text{ 는 홀수이므로} \\ & (-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\} \\ & = 1 + 3 \times \{(-1) + 2 \times (-1)\} \\ & = 1 + 3 \times (-1 - 2) \\ & = 1 + (-9) \\ & = -8 \end{aligned}$$

10. -3^2 의 역수를 a , $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$ 의 역수를 b , $\frac{8}{5}$ 의 역수를 c 라 할 때,
 $a \div b - c$ 의 값은?

① $-\frac{1}{9}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{17}{4}$

해설

$-3^2 = -9$ 의 역수는 $-\frac{1}{9}$ 이므로 $a = -\frac{1}{9}$,

$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$ 의 역수는 $-\frac{8}{27}$ 이므로 $b = -\frac{8}{27}$

$\frac{8}{5}$ 의 역수는 $\frac{5}{8}$ 이므로 $c = \frac{5}{8}$

$$\begin{aligned}\therefore a \div b - c &= \left(-\frac{1}{9}\right) \div \left(-\frac{8}{27}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \left(-\frac{1}{9}\right) \times \left(-\frac{27}{8}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

11. $3^2 \times (-7) \div A = -3$, $8 \times B \div \frac{6}{5} + 1 = A$ 일 때, A , B 의 값으로 옳은 것을 골라라.

① $A = 20$, $B = 3$

② $A = 21$, $B = 3$

③ $A = 20$, $B = 5$

④ $A = 21$, $B = 5$

⑤ $A = 21$, $B = 7$

해설

$$9 \times (-7) \times \frac{1}{A} = -3, \quad \frac{-63}{A} = -3$$

$$\therefore A = 21$$

$$8 \times B \times \frac{5}{6} + 1 = \frac{20}{3} \times B + 1 = 21, \quad \frac{20}{3} \times B = 20$$

$$\therefore B = 3$$

12. 두 정수 a, b 에 대하여 절댓값이 같고, 두 점 사이의 거리가 5이하인 정수를 (a, b) 로 나타낼 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(1, 1)$

② $(2, -2)$

③ $(-1, 1)$

④ $(3, -3)$

⑤ $(0, 0)$

해설

절댓값이 같으면, a 와 b 사이의 거리는 $2|a| (= 2|b|)$ 이다.

$2|a| \leq 5$ 라고 했으므로, $-5 \leq 2a \leq 5$ 이다.

a, b 는 $-\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2} \leq b \leq \frac{5}{2}$ 을 만족하는 정수이므로

$a = -2, -1, 0, 1, 2$, $b = -2, -1, 0, 1, 2$ 이다.

따라서 조건을 만족하는 정수들을 구해보면

$(-2, -2), (-2, 2), (-1, -1), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, -1), (2, 2), (2, -2)$ 이다.

13. 다음 조건을 만족하는 유리수 a, b 에 대하여 옳은 것은?

㉠ $ab < 0$

㉡ $|a| + |b| > 6$

① $a > -1$

② $-a > -b$

③ $|a| - |b| > 0$

④ $|a - b| > 6$

⑤ $a - b > 6$

해설

① 알 수 없다.

② 알 수 없다.

③ 알 수 없다.

④ a, b 의 부호가 다르므로 $a - b$ 의 절댓값은 6보다 크다.

⑤ 알 수 없다.

14. 두 정수 a, b 가 $b < a < 0$ 일 때, $|a| + |b - a| = 5$ 이다. 이를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$b < a < 0$ 이므로, $|a| = -a$, $|b - a| = -(b - a)$ 이다.

$$|a| + |b - a| = 5$$

$$(-a) - (b - a) = 5$$

$$\therefore b = -5$$

$-5 < a < 0$ 이므로, a 는 $-4, -3, -2, -1$ 중 하나이다.

따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 4 개이다.

15. 네 정수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족할 때, a 와 부호가 같은 것을 모두 구하여라

$$ab + cd < 0, \quad \frac{a}{b} > 0, \quad a + b + c = 0$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : b

▷ 정답 : d

해설

$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 $a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때로 나누어 풀어 본다.

(1) $a > 0$ 이면, $b > 0$ 이다.

$a + b + c = 0$, $c < 0$ 이다.

$ab + cd < 0$, $ab > 0$ 이므로 $d > 0$ 이다.

(1) $a < 0$ 이면, $b < 0$ 이다.

$a + b + c = 0$, $c > 0$ 이다.

$ab + cd < 0$, $ab > 0$ 이므로 $d < 0$ 이다.

따라서 항상 a 와 부호가 같은 것은 b, d 이다.

16. a 와 b 의 거리는 9 이고, 수직선에서 두 수 a 와 b 에 대응하는 점의 가운데 있는 점이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $2a + b$ 의 값은?(단, $a < b$)

① $-\frac{9}{2}$

② -4

③ -3

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$$a = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4, b = \frac{1}{2} + \frac{9}{2} = 5$$

$$\therefore a = -4, b = +5$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times (-4) + (+5) = -3$$

17. 한 자리 자연수 a, b 와 두 자리 자연수 c, d 에 대하여 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}, \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 일 때, $\frac{c}{a} + \frac{d}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}$ 를 만족하는 두 자리 수 c 는 반드시 7 의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 8, c = 56$ 이다.

$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 를 만족하는 두 자리 수 d 는 반드시 8 의 배수이어야 한다.

따라서 $b = 9, d = 72$ 이다.

$$\therefore \frac{c}{a} + \frac{d}{b} = 7 + 8 = 15$$

18. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a| = 10$, $|b| = 13$ 이고 $a - b$ 의 최댓값을 M , $|a + b|$ 의 최솟값을 N 이라 할 때, $M + N$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

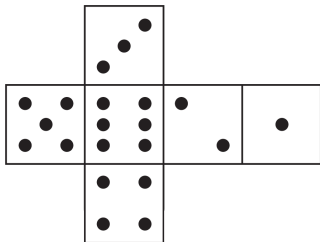
$|a| = 10$ 이면 $a = \pm 10$, $|b| = 13$ 이면 $b = \pm 13$

$a - b$ 의 최댓값은 $10 - (-13) = 23 = M$

$|a + b|$ 의 최솟값은 $|10 + (-13)| = 3 = N$

$\therefore M + N = 23 + 3 = 26$

19. 다음 그림은 주사위의 전개도이다. 주사위를 n 번 던졌을 때, 보이는 부분인 윗면의 눈의 합을 x , 서로 마주보는 보이지 않는 부분인 아랫면의 눈의 합을 y 라 하자. n 번 시행 후 나온 결과를 (x, y) 라 할 때, $(x, 12)$ 가 되는 x 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

마주보는 눈의 합이 항상 7 이므로,
아랫면의 눈의합이 12 가 되는 최소의 경우와 최대의 경우를
찾으면 된다.

최소의 경우는 6 이 두 번 이면 되므로, 윗면의 눈은 1 이 두 번
나오고 합은 2,

최대의 경우는 아랫면이 1 이 열두 번이고, 윗면의 경우는 6 이
열두 번 나오고 합은 72 가 된다.

$$\therefore (\text{최댓값}) + (\text{최솟값}) = 72 + 2 = 74$$

20. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0$, a 의 절댓값이 $\frac{1}{2}$, b 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{36}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{25}{36}$

⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호의 수이다.

(1) $a > 0, b < 0$ 일 때, $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left\{ \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right) \right\}^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(2) $a < 0, b > 0$ 일 때, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$

$$(a-b)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

(1), (2)에 의해 $(a-b)^2 = \frac{49}{36}$

21. $\frac{7}{3}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, -3, \frac{5}{3}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는?

① $\frac{245}{2}$

② $\frac{133}{6}$

③ $\frac{51}{4}$

④ $\frac{33}{4}$

⑤ $-\frac{7}{6}$

해설

곱해서 가장 큰 수 $(-3) \times \frac{7}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{21}{2}$

가장 작은 수 $(-3) \times \frac{7}{3} \times \frac{5}{3} = -\frac{35}{3}$

두 수의 차는 $\frac{21}{2} - \left(-\frac{35}{3}\right) = \frac{63}{6} + \frac{70}{6} = \frac{133}{6}$

22. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

아래에서부터 차례로 간단히 하면

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

23. 분배법칙 $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ 를 이용하여 두 수 $8^{29} - 8^{28}$, 8^{28} 의 대소 관계를 구하면?

① $8^{29} - 8^{28} < 8^{28}$

② $8^{29} - 8^{28} \leq 8^{28}$

③ $8^{29} - 8^{28} \geq 8^{28}$

④ $8^{29} - 8^{28} > 8^{28}$

⑤ $8^{29} - 8^{28} = 8^{28}$

해설

$$8^{29} - 8^{28} = 8 \times 8^{28} - 8^{28} = (8 - 1)8^{28} = 7 \times 8^{28} \text{ 이므로}$$

$$8^{29} - 8^{28} > 8^{28}$$

24. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수로 정의한다. 한 자리 자연수 a 와 십의 자리의 숫자가 a 인 두 자리 자연수 b 에 대하여 $\left[\frac{b}{a}\right]$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

1) b 의 일의 자리 수가 a 보다 작으면, $\frac{b}{a} = 10.\times\times\times$ 이다.

이때, $\left[\frac{b}{a}\right] = 10$ 이다.

2) b 의 일의 자리 수가 a 보다 크면, $\frac{b}{a} = 11.\times\times\times$ 이다.

이때, $\left[\frac{b}{a}\right] = 11$ 이다.

따라서 $\left[\frac{b}{a}\right]$ 의 최댓값은 11 이고 최솟값은 10 이므로 $10+11=21$ 이다.

25. $a \leq 4$, $b \leq 4$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 $a - b > 0$, $ab < 0$ 이고, $|a - b| \leq 2$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$a - b > 0$, $ab < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$|a - b| \leq 2$ 를 만족하는 $|a - b|$ 의 값은 0, 1, 2 이고 이때 a, b 의 값을 구해 보면,

$(a, b) = (1, -1)$ 이다.

$\therefore a + b = 0$