

1. 함수  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  에서  $f(x) = x^2 + x + 1$  이다.  $f(a) = 3$  일 때,  $a$  의 값은? (단,  $a > 0$ )

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a+2)(a-1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

2. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 27)$  을 지날때,  $a$  의 값은?

- ① -2      ② 2      ③ 3      ④ -3      ⑤ 9

해설

$y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 27)$  을 지나므로  
 $27 = a(-3)^2$   
 $\therefore a = 3$

3. 이차함수  $y = 5x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동시키면 점  $(1, a)$  를 지난다. 이때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 - 1$  의 그래프가  
점  $(1, a)$  를 지나므로  
 $5 - 1 = a$ ,  $a = 4$  이다.

4. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않도록 하는  $k$  의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

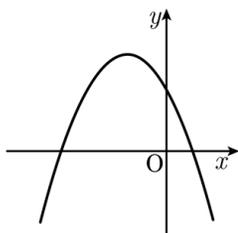
▷ 정답:  $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

$x$  축과 만나지 않으려면  $5 + k < 0, k < -5$  이다.

5. 다음 그래프는  $y = ax^2 - bx + c$  의 그래프이다.  $a, b, c$  의 부호는?



- ①  $a > 0, b > 0, c > 0$       ②  $a < 0, b > 0, c > 0$   
③  $a > 0, b > 0, c < 0$       ④  $a < 0, b > 0, c < 0$   
⑤  $a < 0, b > 0, c = 0$

**해설**

위로 볼록하므로  $a < 0$   
대칭축이  $y$  축의 왼쪽에 있으므로  $-ab > 0$   
 $ab < 0$   
 $\therefore b > 0$   
 $y$  절편이 양수이므로  $c > 0$

6. 이차함수  $y = 2x^2 - 6x - 4$ 는  $x = a$  일 때 최솟값  $b$ 를 갖는다.  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -8      ② -4      ③ 6      ④ 10      ⑤ 20

해설

$$y = 2x^2 - 6x - 4 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{2} - 4 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{2}$$

아래로 볼록하고 꼭짓점이  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{17}{2}\right)$

$\therefore x = \frac{3}{2}$  일 때, 최솟값  $-\frac{17}{2}$ 을 갖는다.

$$\therefore a - b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{17}{2}\right) = 10$$

7. 이차함수  $y = -2(x+1)^2$  에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는  $(-1, 0)$  이다.
- ㉡ 축의 방정식은  $y = -1$  이다.
- ㉢  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동한 것이다.
- ㉣ 점  $(0, -2)$  를 지나며 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤  $x > -1$  일 때,  $x$  값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉡ 축의 방정식은  $x = -1$  이다.
- ㉤  $x > -1$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값은 감소한다.

8. 이차함수  $y = 2(x-3)^2$  의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 꼭짓점은  $(3, 0)$  이다.
- ③  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 3$  이다.
- ④  $y$  축과  $(0, 18)$  에서 만난다.
- ⑤ 축의 방정식은  $x = 3$  이다.

해설

③  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 0$  이다.

9. 이차함수  $y = ax^2 + 4x + q$  를  $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$  으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이  $(p, 10)$  이다. 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

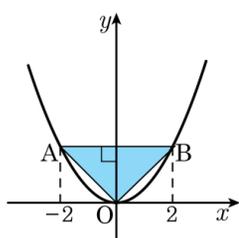
$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

10. 다음 그림은 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$  의 그래프이다. 이때,  $\triangle AOB$  의 넓이는 얼마인가?



- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$\overline{AB} = 4$  이고,  
 $x = 2$  를 대입하면  $y = 2$  이므로  
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

11. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 꼭짓점이  $(-1, 4)$  이고,  $y$  절편이 6 일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-1, 4)$  이므로

$y = a(x+1)^2 + 4$  이고,  $y$  절편이 6 이므로

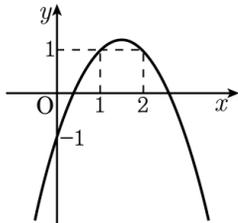
$6 = a(0+1)^2 + 4$ ,  $a = 2$  이다.

$y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$

$a = 2, b = 4, c = 6$

$\therefore a + b + c = 12$

12. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $a + 3b + c$  의 값은?



- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

**해설**

세 점  $(0, -1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, 1)$  을 지나는 그래프이다.

점  $(0, -1)$  을 지나므로  $-1 = c$

점  $(1, 1)$  을 지나므로  $1 = a + b + c$

점  $(2, 1)$  을 지나므로  $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하면  $a = -1$ ,  $b = 3$ ,  $c = -1$  이므로

$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$  이다.

13. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수  $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때,  $k$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + k - 8$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값  $k - 8$ 을 갖는다.

$$ii) y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2k + 2$$
$$= -2(x - 1)^2 - 2k + 4$$

$x = 1$ 일 때 최댓값  $-2k + 4$ 를 갖는다.

$i)$ 의 최솟값과  $ii)$ 의 최댓값이 같으므로

$$k - 8 = -2k + 4$$

$$\therefore k = 4$$

14.  $x = -1$  일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점  $(0, 2)$  를 지나는 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 할 때,  $a + b + c$  의 값은?

① -3      ② -5      ③ -7      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+1)^2 + 5 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } a = -3 \\ y &= -3(x+1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2 \\ \therefore a + b + c &= -7 \end{aligned}$$

15. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 두 점  $(4, 8)$ ,  $(b, \frac{9}{2})$  를 지난다. 이 함수와  $x$  축 대칭인 이차함수가  $(b, c)$  를 지날 때,  $c$  의 값은?(단,  $b < 0$ )

- ①  $-2$       ②  $-\frac{5}{2}$       ③  $3$       ④  $\frac{7}{2}$       ⑤  $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$  에  $(4, 8)$ ,  $(b, \frac{9}{2})$  을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -3$  이다.

이 이차함수와  $x$  축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$  이고  $(-3, c)$  를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

16. 이차함수  $y = -3x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(5, -2)$  가 되도록 평행이동하면 점  $(k, -3)$  을 지난다. 이 때, 상수  $k$  의 값을 모두 곱하면?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $\frac{74}{3}$       ④  $-\frac{80}{3}$       ⑤  $-10$

해설

$y = -3x^2$  을 꼭짓점의 좌표가  $(5, -2)$  가 되도록 평행이동하면  
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$  이고  
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$  가 점  $(k, -3)$  을 지나므로 대입하면  $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$ ,  $3k^2 - 30k + 74 = 0$  이다.  
상수  $k$  의 값의 곱은  $3k^2 - 30k + 74 = 0$  의 두 근의 곱과 같으므로  
 $\frac{74}{3}$  이다.

17. 이차함수  $y = 3x^2 + 2x + a$  의 그래프가 점  $(a, a^2 + 2)$  를 지나고  $x$  축과 두 점에서 만나도록  $a$  의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

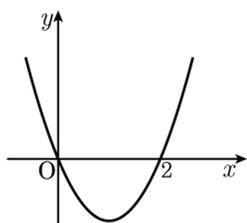
$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

$x$  축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

18. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수  $ax + by + c = 0$  의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



- ① 제 1, 2, 3 사분면                      ② 제 1, 3 사분면  
 ③ 제 2, 4 사분면                      ④ 제 2, 3, 4 사분면  
 ⑤ 제 1, 2 사분면

**해설**

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left( x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

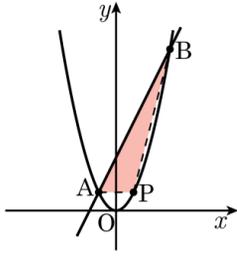
그러므로  $ax + by + c = 0$  에서

$$y = -\frac{a}{b}x$$

$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left( \because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

19. 포물선  $y = x^2$  과 직선  $y = 2x + 3$  의 교점을 A, B 라하고, 원점을 O 라 한다. 점 P 가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B 까지 움직일 때,  $\triangle APB$  의 넓이와  $\triangle OAB$  의 넓이가 같게 되는 점 P 의 좌표는?



- ① (1,1)    ② (1,2)    ③ (2,1)    ④ (2,4)    ⑤ (3,2)

**해설**

$\triangle APB$  와  $\triangle AOB$  의 넓이가 같으면 직선 AB 와 직선 OP 는 평행하므로

직선 OP 의 기울기는 2 이고 직선 OP 는  $y = 2x$  이다. 점 P 는  $y = x^2$  과  $y = 2x$  의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$  또는  $x = 0, y = 0$  (원점)

그런데 P 는 원점이 아니므로 P(2, 4) 이다.

20. 두 이차함수  $f(x) = x^2 + 4x + 2$ ,  $g(x) = x^2 - 2$  에 대하여  $h(x) = \frac{g(x+1)}{f(x)}$  이라고 할 때,  $h(1)h(2)h(3) \cdots h(30)$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1}{511}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+2)^2 - 2, g(x) = x^2 - 2 \text{ 이므로} \\ y = f(x) \text{ 의 그래프를 } x \text{ 축의 방향으로 } 2 \text{ 만큼 평행이동하면} \\ y = g(x) \text{ 의 그래프가 되므로} \\ \therefore g(x) &= f(x-2) \\ \therefore h(1)h(2)h(3) \cdots h(30) \\ &= \frac{g(2)g(3)g(4) \cdots g(31)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)} \\ &= \frac{f(0)f(1)f(2) \cdots f(29)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)} \\ &= \frac{f(0)}{f(30)} = \frac{2}{1022} = \frac{1}{511} \end{aligned}$$