

1. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a + 2)(a - 1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로

$$27 = a(-3)^2$$

$$\therefore a = 3$$

3. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 를 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 - 1$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 를 지나므로
 $5 - 1 = a$, $a = 4$ 이다.

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

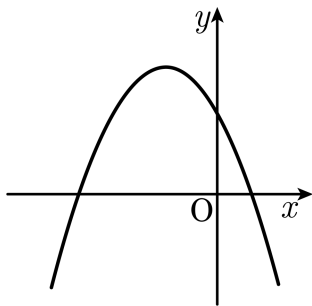
▷ 정답 : $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0$, $k < -5$ 이다.

5. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a < 0, b > 0, c > 0$

③ $a > 0, b > 0, c < 0$

④ $a < 0, b > 0, c < 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$

$$ab < 0$$

$$\therefore b > 0$$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

6. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x - 4$ 는 $x = a$ 일 때 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8

② -4

③ 6

④ 10

⑤ 20

해설

$$y = 2x^2 - 6x - 4 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{2} - 4 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{2}$$

아래로 볼록하고 꼭짓점이 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{17}{2}\right)$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값 $-\frac{17}{2}$ 을 갖는다.

$$\therefore a - b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{17}{2}\right) = 10$$

7. 이차함수 $y = -2(x+1)^2$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ㉡ 축의 방정식은 $y = -1$ 이다.
- ㉢ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.
- ㉣ 점 $(0, -2)$ 를 지나며 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $x > -1$ 일 때, x 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

㉤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

8. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 꼭짓점은 $(3, 0)$ 이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \geq 3$ 이다.
- ④ y 축과 $(0, 18)$ 에서 만난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

해설

③ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

9. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

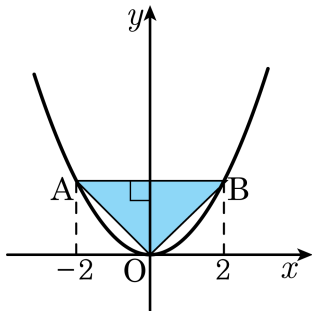
$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

10. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이고, y 절편이 6 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$ 이므로

$y = a(x + 1)^2 + 4$ 이고, y 절편이 6 이므로

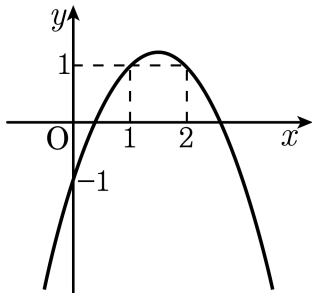
$6 = a(0 + 1)^2 + 4$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x + 1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$$

$$a = 2, b = 4, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 12$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.

점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$

점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$

점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로

$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + k - 8$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값 $k - 8$ 을 갖는다.

$$\begin{aligned} ii) \quad y &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2k + 2 \\ &= -2(x - 1)^2 - 2k + 4 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때 최댓값 $-2k + 4$ 를 갖는다.

i)의 최솟값과 ii)의 최댓값이 같으므로

$$k - 8 = -2k + 4$$

$$\therefore k = 4$$

14. $x = -1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0, 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3

② -5

③ -7

④ 3

⑤ 5

해설

$y = a(x + 1)^2 + 5$ 에 $(0, 2)$ 를 대입하면 $a = -3$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\therefore a + b + c = -7$$

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

16. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

17. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

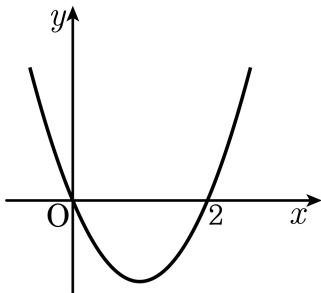
$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

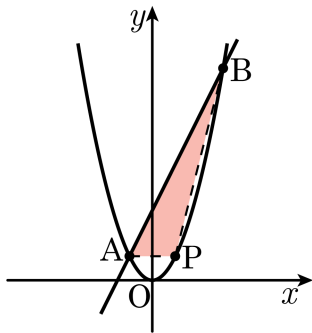
$$\text{그러므로 } ax + by + c = 0 \text{ 에서}$$

$$y = -\frac{a}{b}x$$

$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

19. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로

직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)

그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

20. 두 이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + 2$, $g(x) = x^2 - 2$ 에 대하여 $h(x) = \frac{g(x+1)}{f(x)}$ 이라고 할 때, $h(1)h(2)h(3) \cdots h(30)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{511}$

해설

$f(x) = (x+2)^2 - 2$, $g(x) = x^2 - 2$ 이므로

$y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$y = g(x)$ 의 그래프가 되므로

$$\therefore g(x) = f(x-2)$$

$$\therefore h(1)h(2)h(3) \cdots h(30)$$

$$= \frac{g(2)g(3)g(4) \cdots g(31)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)}$$

$$= \frac{f(0)f(1)f(2) \cdots f(29)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)}$$

$$= \frac{f(0)}{f(30)} = \frac{2}{1022} = \frac{1}{511}$$