

1. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$

③ $a+3 < b+3$

④ $a-1 < b-1$

⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

- ① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.
- ② $1-a < 0, 1-b < 0$ 에서 $(1-a)(1-b) > 0$ 이므로
양변에 $(1-a)(1-b)$ 를 곱하면
 $a(1-b) > b(1-a), a-ab > b-ab, a > b$
주어진 조건에 만족한다.
- ③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ⑤ $1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면
 $a(1+b) < b(1+a)$
 $a+ab < b+ab$
 $a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

2. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x - y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$$

3. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, \quad 3x \geq 6 \quad \therefore x \geq 2$$

4. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$$a - 2 > 0$$

$$x \geq \frac{4}{a - 2} \text{이므로 } \frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

5. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{5}{4}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$$|7 - x| > 2 \text{ 에서}$$

$$7 - 3x > 2 \text{ 또는 } 7 - 3x < -2$$

$$-3x > -5 \text{ 또는 } -3x < -9$$

$$\therefore x < \frac{5}{3} \text{ 또는 } x > 3$$

6. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

① $x < -3$ 또는 $x > 2$

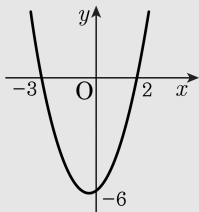
② $x < -2$ 또는 $x > 3$

③ $x < -1$ 또는 $x > 4$

④ $x < 0$ 또는 $x > 5$

⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq \frac{1}{2}$

② $-2 < x \leq 1$

③ $-\frac{3}{2} < x \leq 1$

④ $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$

⑤ $1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 + x - 3 < 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

(나)에서 $(2x + 3)(x - 1) < 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$$

8. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$ ⑤ 모든 실수

9. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

10. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$ ② $-7 < x < -5$
 ③ $-7 < x < 5$ ④ $5 < x < 7$
 ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로

$$(14x - 1)(10x - 1) < 0, \quad 140x^2 - 24x + 1 < 0$$

$$-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$$

$$\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots (가)$$

(가)를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면

$$-4x^2 - 48x - 140 < 0$$

$$x^2 + 12x + 35 > 0, \quad (x + 7)(x + 5) > 0$$

$$\therefore x < -7 \text{ 또는 } x > -5$$

11. 부등식 $|x| + |x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x - x + 2 - 3 \leq 0$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때

$$x - x + 2 \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2x - 2 \leq 3$$

$$2x \leq 5$$

$$\therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m+n=2$$

12. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 5$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

i) $x < -2$ 일때

$$-(x - 1) - (x + 2) < 5$$

$$-2x < 6, x > -3 \therefore -3 < x < -2 : \text{정수 없음}$$

ii) $-2 \leq x < 1$ 일때

$$-(x - 1) + x + 2 < 5$$

$$3 < 5 \text{ 항상 성립 } \therefore -2 \leq x < 1 : \text{정수 } -2, -1, 0$$

iii) $x \geq 1$ 일때

$$x - 1 + x + 2 < 5$$

$$2x < 4, x < 2 \therefore 1 \leq x < 2 : \text{정수 } 1$$

$\therefore$ 정수 x 의 개수 : 4개 $(-2, -1, 0, 1)$

13. 부등식 $2|x+2| + |x-2| < 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x > -\frac{8}{3}$$

$$\text{공통부분은 } -\frac{8}{3} < x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x < 0$$

$$\text{공통부분은 } -2 \leq x < 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, \quad x < \frac{4}{3}$$

$$\text{공통부분은 없음}$$

$$\text{i), ii), iii)을 모두 합하면 } -\frac{8}{3} < x < 0$$

정수 x : $-2, -1$ (2개)

14. 부등식 $|x| + |x - 2| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라고 할 때, $m + M$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

i) $x < 0$ 일 때 $-2x + 2 \leq 3, x \geq -\frac{1}{2}$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때 $2 \leq 3 \quad \therefore 0 \leq x < 2$

iii) $x \geq 2$ 일 때 $2x - 2 \leq 3, x \leq \frac{5}{2} \quad \therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$

i) 또는 ii) 또는 iii)을 만족하는 범위를 구하면

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \quad \therefore m + M = 2$$

15. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 \leq 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)^2 \leq 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

16. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

17. 부등식 $3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 1$

② $-3 \leq x < 2$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 \leq x < 2$

⑤ $-2 \leq x < 3$

해설

$3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0$ 이므로

$$([x] + 2)(3[x] - 5) \leq 0$$

$$-2 \leq [x] \leq \frac{5}{3}$$

$[x]$ 는 정수이므로

$$-2 \leq [x] \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 2$$

18. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

19. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하도록 k 의 범위를 구하면 $m < k < n$ 이다. 이 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$$k^2 + k - 6 < 0, (k + 3)(k - 2) < 0$$
$$-3 < k < 2$$

$$\therefore m = -3, n = 2$$

$$\therefore m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$$

20. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 2mx - m \geq 0$ 을 만족하는 실수 m 의 범위는 $a \leq m \leq b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$$x^2 - 2mx - m \geq 0 \text{ 이}$$

항상 성립하려면 판별식 $D \leq 0$

$$\frac{D}{4} = m^2 + m \leq 0$$

$$m(m + 1) \leq 0, -1 \leq m \leq 0$$

$$\therefore a + b = (-1) + 0 = -1$$

21. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(k-2)x^2 + 2(k-2)x + 1 > 0$ 이 성립할 때, 실수 k 값의 범위가 $m \leq k < n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m+n=5$

해설

① $k=2$ 일 때 $1 > 0 \therefore$ 성립한다.



아래로 볼록 $(k-2) > 0, k > 2$

③ $\frac{D}{4} < 0$ 에서 $(k-2)^2 - (k-2) < 0$

$(k-2)(k-3) < 0, 2 < k < 3$

①을 만족하거나 ②와 ③을 동시에 만족해야 하므로 $2 \leq k < 3$

$\therefore m=2, n=3, m+n=5$

22. x 에 관한 부등식 $(a-1)x^2 + (b+1)x + 6 > 0$ 의 해가 $-3 < x < 1$ 일 때, ab 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a-1)x^2 + (b+1)x + 6 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$$

$$x^2 + \frac{b+1}{a-1}x + \frac{6}{a-1} < 0 \quad (a-1 < 0)$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) < 0, \quad x^2 + 2x - 3 < 0$$

$$\frac{b+1}{a-1} = 2, \quad \frac{6}{a-1} = -3$$

$$\therefore a = -1, b = -5$$

$$\therefore ab = 5$$

23. 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다.
이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$$ax^2 + 5x + b > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은

$(x - 2)(x - 3) < 0$ 전개하면

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠과 일차항의 계수를 맞추기 위해

양변에 -1 을 곱하면

$$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$, $b = -6$

24. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

25. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

$$\text{따라서, } \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

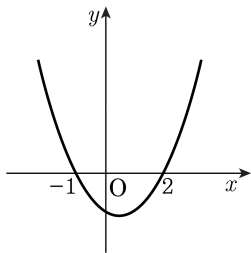
$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$$\therefore f(2x + 1) = 0 \text{의 두 근은 } x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

26. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가
 다음 그림과 같을 때,
 x 에 대한 이차부등식 $cx^2 + bx + a > 0$ 의
 해는?



- ① $-1 < x < \frac{1}{2}$
 ② $x < -1$ 또는 $x > \frac{1}{2}$
 ③ $x < -\frac{1}{2}$ 또는 $x > 1$
 ④ x 는 모든 실수
 ⑤ 해가 없다.

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래로 볼록이고
 x 축과의 교점의 x 좌표가 $-1, 2$ 이므로
 $a > 0$ 이고

$$ax^2 + bx + c = a(x+1)(x-2) = ax^2 - ax - 2a$$

$$\therefore b = -a, c = -2a \quad (a > 0)$$

$$\begin{aligned} \text{이때, } cx^2 + bx + a > 0 &\Leftrightarrow -2ax^2 - ax + a > 0 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)(2x-1) < 0 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 부등식의 해는 $-1 < x < \frac{1}{2}$ 이다.

27. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3 < m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$ 또는 $m > 1$

⑤ $m < -1$ 또는 $m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차 방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m+1)(m-3) < 0$$

$$\therefore -1 < m < 3$$

28. $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 이 항상 성립할 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 1$ ② $a < 2$ ③ $a < 3$ ④ $a < 4$ ⑤ $a < 5$

해설

부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 에서 $x^2 + (a-1)x - 4 < 0$

$1 \leq x \leq 2$ 에서

이 부등식이 항상 성립해야 하므로

방정식 $x^2 + (a-1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 1 보다 작고, 다른 한 근은 2 보다 커야 한다.

$f(x) = x^2 + (a-1)x - 4$ 로 놓으면

$f(1) = 1 + (a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 4 \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$f(2) = 4 + 2(a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 1 \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $a < 1$

29. 연립부등식
$$\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \leq 0 \\ (x+k)(x-1) > 0 \end{cases}$$
 의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되도록 실수

k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 1$

② $k \geq 1$

③ $k < -1$

④ $k > -1$

⑤ $k \geq -1$

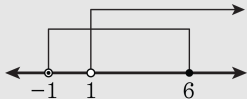
해설

$$\begin{aligned} x^2 - 5x - 6 &\leq 0, \\ (x-6)(x+1) &\leq 0, \\ -1 &\leq x \leq 6 \end{aligned}$$

연립방정식의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되려면

$(x+k)(x-1) > 0$ 의 해는 $x > 1$, $x < -k$ 이어야 하고

다음 그림에서 k 의 범위는 $-k \leq -1$, $k \geq 1$



30. 연립이차부등식
$$\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$$
 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록

a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

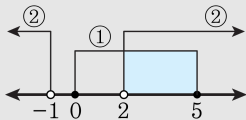
$$\therefore 0 \leq x \leq 5 \dots\dots ①$$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$$\therefore x < -1, x > a \dots\dots ②$$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



31. 다음 두 식을 동시에 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하면?

$$|x^2 - 2x| = y - 1 \quad \text{..... ㉠}$$

$$y \leq x + 1 \quad \text{..... ㉡}$$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠에서 $y = |x^2 - 2x| + 1$ 이므로

㉡에 대입하면 $|x^2 - 2x| \leq x$

(i) $x^2 - 2x \geq 0$ ($x \leq 0, x \geq 2$) 일 때

$$x^2 - 2x \leq x$$

$$\therefore x(x - 3) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3$$

조건과 공통범위를 구하면 $x = 0, 2 \leq x \leq 3$

(ii) $x^2 - 2x < 0$ ($0 < x < 2$) 일 때

$$-(x^2 - 2x) \leq x$$

$$\therefore x(x - 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 0, x \geq 1$$

조건과 공통 범위를 구하면 $1 \leq x < 2$

(i), (ii)에서 정수 x 를 구하면 $x = 0, 1, 2, 3$

x 의 값을 ㉠에 차례로 대입하면 $y = 1, 2, 1, 4$

구하는 순서쌍 (x, y) 는

$(0, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 4)$

따라서 구하는 개수는 4 개다.

32. 모든 실수 x 에 대하여, 부등식 $k\{x^2 - (k-2)x - 3(k-2)\} > 0$ 가 성립되게 하는 상수 k 값의 범위를 구하면?

① $0 < k < 2$

② $1 < k < 2$

③ $1 < k < 4$

④ $-1 < k < 3$

⑤ $-2 < k < -1$

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$k > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 - (k-2)x - 3(k-2) > 0$ 이 항상 성립하려면

$$D = (k-2)^2 + 12(k-2) < 0 \text{에서}$$

$$(k-2)(k+10) < 0$$

$$\therefore -10 < k < 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 0 < k < 2$$

33. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 실근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 하고, 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 모든 해가 $\sqrt{2} \leq x < 3$ 의 범위 안에 있을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

㉡ $ac > 0$

㉢ $4a + c < 2b$

① ㉠

② ㉡

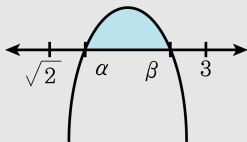
③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

주어진 조건이 성립하려면 다음 그림과 같이 $a < 0$, $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta < 3$ 을 만족하여야 한다.



㉠ $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta$ 에서 $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

㉡ $\alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$ 이므로 $ac > 0$ 이다.

㉢ $f(-2) = 4a - 2b + c < 0$ 에서 $4a + c < 2b$

34. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당
판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.

올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면

올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,

판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로

올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$$

작년 판매 금액이 ab 이므로

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$$

이 부등식을 정리하면

$$9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$$

$$(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$$

$$\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$$

35. 두 부등식 $-x^2 + 4x + 5 < 0$,

$x^2 + ax - b \leq 0$ 에 대하여

두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $5 < x \leq 6$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② 1

③ -11

④ 11

⑤ 5

해설

$$x^2 - 4x - 5 > 0$$

$$(x + 1)(x - 5) > 0$$

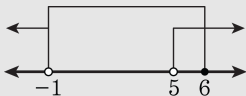
$$x < -1 \text{ 또는 } x > 5$$

$$x^2 + ax - b \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) \leq 0 \text{ 라 하자}$$

$$\alpha \leq x \leq \beta$$

이제 주어진 조건에 만족하려면



$$\therefore \alpha = -1, \beta = 6$$

$$\Rightarrow (x + 1)(x - 6) = x^2 - 5x - 6$$

$$a = -5, b = 6, a + b = 1$$

36. 모든 내각의 크기가 180° 보다 작은 육각형의 각 변의 길이가 10, 2, 2, 1, $2x$, y 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값은? (단, x , y 는 자연수)

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 13

해설

다각형의 결정조건에 의해 $2x + y > 5$

x , y 는 자연수이므로,

$x = 2$, $y = 2$ 일 때 최소가 된다.

$$\therefore x^2 + y^2 = 8$$

37. 실수 a, b, c 에 대하여 $a < b < c$ 일 때, 부등식 $|x-a| < |x-b| < |x-c|$ 를 만족시키는 x 의 범위는?

① $b < x < c$

② $\frac{1}{2}(b+c) < x$

③ $x < \frac{1}{2}(b+c)$

④ $\frac{1}{2}(a+b) < x < b$

⑤ $x < \frac{1}{2}(a+b)$

해설

$|x-a| < |x-b|$ 의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 2ax + a^2 < x^2 - 2bx + b^2 \text{에서}$$

$$2(a-b)x > (a-b)(a+b)$$

$$\therefore x < \frac{a+b}{2} (\because a-b < 0) \dots\dots ①$$

또, $|x-b| < |x-c|$ 의 양변을 제곱하여

$$\text{정리하면 } x < \frac{b+c}{2} \dots\dots ②$$

$\therefore$ ①, ②를 동시에 만족하는

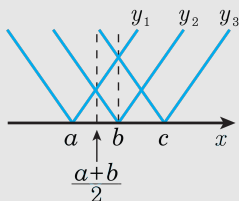
$$x \text{의 범위는 } x < \frac{a+b}{2}$$

해설

$y_1 = |x-a|$, $y_2 = |x-b|$, $y_3 = |x-c|$ 라 하고 각각의 그래프를 그리면 그래프에서 $y_1 < y_2 < y_3$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는

$y = x-a$ 와 $y = -x+b$ 의 교점 $x = \frac{1}{2}(a+b)$ 보다 작을 때이다.

$$\therefore x < \frac{1}{2}(a+b)$$



38. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + a-2 = 0$ 이 적어도 한 개의 정수근을 갖도록 하는 정수 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

이차방정식이므로 $a \neq 0$ 이고
실근을 가지므로

$$D = (a-3)^2 - 4a(a-2) \geq 0$$
$$3a^2 - 2a - 9 \leq 0$$

$$\therefore \frac{1 - \sqrt{28}}{3} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{28}}{3}$$

$-1.\times\times\dots \leq a \leq 2.\times\times\dots$ 이므로

a 의 정수값은 $-1, 0, 1, 2$

그런데 $a \neq 0$ 이고 $a = 1$ 일 때는 정수근이 없다.

$\therefore a = -1, 2$ 이고 구하는 합은 1