

1. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① -15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

2. $2 + \sqrt{3}$ 이 $x^2 + ax + 1 = 0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서
 $-a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$
 $\therefore a = -4$

3. 다음 중에서 이차함수인 것을 모두 고르면?

- ① 반지름의 길이가 x cm 인 원의 넓이는 y cm² 이다.
- ② 자동차가 시속 60 km 의 속력으로 x 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.
- ③ 한 모서리의 길이가 x cm 인 정육면체의 부피는 y cm³ 이다.
- ④ 가로 길이가 x cm , 세로 길이가 $(x - 3)$ cm 인 직사각형의 넓이는 y cm² 이다.
- ⑤ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.

해설

- ① $y = \pi x^2$
- ② $y = 60x$
- ③ $y = x^3$
- ④ $y = x(x - 3)$
- ⑤ $y = 4x$

4. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

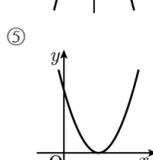
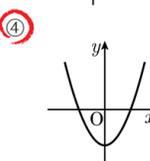
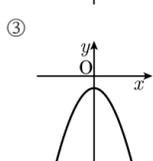
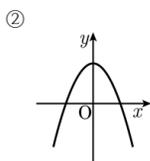
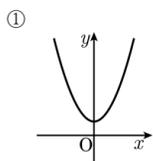
④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

5. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
따라서 아래로 볼록이다.
또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
 $q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
따라서 답은 ④번이다.

6. $(x-4)(x+2) = -2x(x-4)$ 의 해가 α, β 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -5 ② -8 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

주어진 방정식을 정리하면

$$3x^2 - 10x - 8 = 0$$

$$(3x+2)(x-4) = 0$$

$$\alpha = 4, \beta = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } \alpha = -\frac{2}{3}, \beta = 4$$

$$\therefore 3\alpha\beta = -8$$

7. 이차방정식 $-4(x+2) = -(x+4)^2 + 6$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

- ㉠ $\sqrt{2}$ ㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ㉢ $2\sqrt{2}$ ㉣ $\sqrt{3}$ ㉤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

해설

$$-4(x+2) = -(x+4)^2 + 6$$

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4, \alpha\beta = 2$$

$$\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta}$$

$$\alpha > \beta \text{ 이므로 } \alpha - \beta = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \sqrt{2}$$

8. 이차방정식 $x^2 + x - 5 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근일 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -1 , 두 근의 곱은 -5

따라서 $-1, -5$ 가 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다.

$$-m = (-1) + (-5) = -6, n = (-1) \times (-5) = 5$$

$$m = 6, n = 5$$

$$\therefore m + n = 11$$

9. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 99 만큼 작아졌다. 원래 구해야 될 값은?

① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

해설

어떤 수를 x 라고 하여 식을 세우면

$$x^2 = 2x + 99$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

$$(x - 11)(x + 9) = 0$$

$$x = 11 \text{ 또는 } x = -9$$

x 는 자연수이므로 11

$$x^2 = 11^2 = 121 \text{ 이다.}$$

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-7, -1)$ ② $(-7, 0)$ ③ $(-6, -1)$
④ $(-6, 0)$ ⑤ $(-5, -1)$

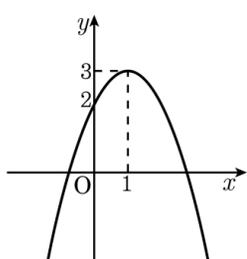
해설

$y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 을 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{3}(x+2+4)^2 - 3 + 3 = -\frac{1}{3}(x+6)^2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

11. 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?



- ① $y = -2x^2 + 4x + 2$ ② $y = -x^2 + 2x + 2$
③ $y = -2x^2 - 4x + 2$ ④ $y = -x^2 - 2x + 2$
⑤ $y = -3x^2 - 6x + 2$

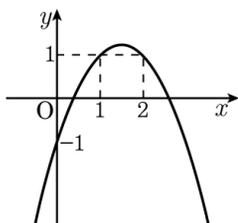
해설

$y = a(x-1)^2 + 3$ 가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(0-1)^2 + 3$, $a = -1$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore y &= -(x-1)^2 + 3 \\ &= -x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.

점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$

점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$

점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로

$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

13. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 50 ② 62 ③ 64 ④ 79 ⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

14. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned}h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

16. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p =$

$0, q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

18. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$	㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$
㉢ $y = 2x^2 - x$	㉣ $-3(x+2)^2$
㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$	

- ① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$
 ④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

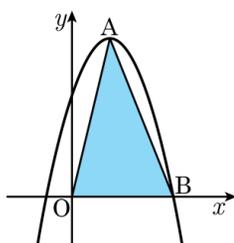
a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉣, ㉢

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

19. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



- ① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

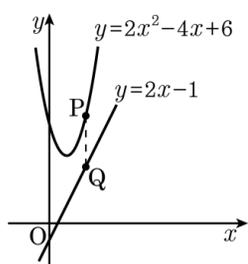
$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 + 3x + 4 \\
 &= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4 \\
 &= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}
 \end{aligned}$$

따라서 A $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{4}\right)$

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x + 1)(x - 4) = 0$ 이므로 x 절편은 $-1, 4$
 $\therefore B(4, 0)$

$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$

20. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, \overline{PQ} 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

\overline{PQ} 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t, 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, \overline{PQ} 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

21. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \dots + f(23) + f(24)$

이다.

k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, \quad -(x+2)(x-4) = 0$$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

22. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

- ① $24 + 5\sqrt{21}$ ② $26 + 6\sqrt{23}$ ③ $28 + 7\sqrt{26}$
④ $32 + 8\sqrt{23}$ ⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x-2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

24. 어떤 원의 반지름의 길이를 3cm 만큼 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 4 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 3cm

해설

처음 원의 반지름 : r

늘인 원의 반지름 : $r + 3$

$$\pi(r + 3)^2 = 4\pi r^2$$

$$r^2 + 6r + 9 = 4r^2$$

$$3r^2 - 6r - 9 = 0$$

$$r^2 - 2r - 3 = 0$$

$$(r - 3)(r + 1) = 0$$

$$\therefore r = 3 \text{ cm } (r > 0 \text{ 이므로})$$

25. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$

$\therefore x = -1, 6$

$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$