1. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$의 한 근이 -5일 때, a의 값을 구하면?

① -15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2+2x-a=0$에 $x=-5$를 대입하면 $25-10-a=0$

$\therefore\ a=15$

2. $2+\sqrt{3}$ 이 $x^2+ax+1=0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서
$-a=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$
$\therefore a=-4$

3. 다음 중에서 이차함수인 것을 모두 고르면?

① 반지름의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$ 인 원의 넓이는 $y\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

② 자동차가 시속 $60km$ 의 속력으로 x 시간 동안 달린 거리는 $y\,\mathrm{km}$ 이다.

③ 한 모서리의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 부피는 $y\,\mathrm{cm}^3$ 이다.

④ 가로의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$, 세로의 길이가 $(x-3)\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형의 넓이는 $y\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

⑤ 한 변의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형의 둘레의 길이는 $y\,\mathrm{cm}$ 이다.

해설

① $y=\pi x^2$
② $y=60x$
③ $y=x^3$
④ $y=x(x-3)$
⑤ $y=4x$

4. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

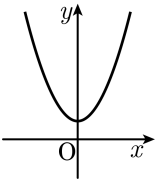
④ $y = -(x+1)^2 + 2$

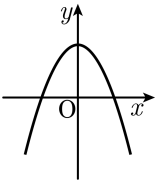
⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

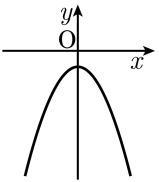
해설

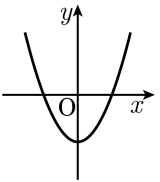
y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

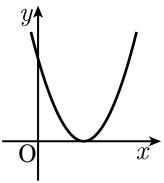
5. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
따라서 아래로 볼록이다.
또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
$q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
따라서 답은 ④번이다.

6. $(x-4)(x+2) = -2x(x-4)$ 의 해가 α, β 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

① -5 ② -8 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

주어진 방정식을 정리하면

$3x^2 - 10x - 8 = 0$

$(3x+2)(x-4) = 0$

$\alpha = 4,\ \beta = -\frac{2}{3}$ 또는 $\alpha = -\frac{2}{3},\ \beta = 4$

$\therefore\ 3\alpha\beta = -8$

7. 이차방정식 $-4(x+2) = -(x+4)^2 + 6$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

해설

$-4(x+2) = -(x+4)^2 + 6$

$x^2 + 4x + 2 = 0$

$\therefore \alpha + \beta = -4, \alpha\beta = 2$

$\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha - \beta}{\alpha\beta}$

$\alpha > \beta$ 이므로 $\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = 2\sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = \sqrt{2}$

8. 이차방정식 $x^2 + x - 5 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근일 때, $m + n$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -1 , 두 근의 곱은 -5

따라서 -1, -5 가 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다.

$-m = (-1) + (-5) = -6$, $n = (-1) \times (-5) = 5$

$m = 6,\ n = 5$

$\therefore\ m + n = 11$

9. 어떤 자연수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제곱을 한 것보다 99 만큼 작아졌다. 원래 구해야 될 값은?

① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

해설

어떤 수를 x 라고 하여 식을 세우면

$x^2 = 2x + 99$

$x^2 - 2x - 99 = 0$

$(x - 11)(x + 9) = 0$

$x = 11$ 또는 $x = -9$

x 는 자연수이므로 11

$x^2 = 11^2 = 121$ 이다.

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-7, -1)$ ② $(-7, 0)$ ③ $(-6, -1)$

④ $(-6, 0)$ ⑤ $(-5, -1)$

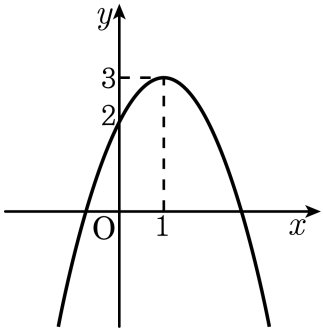
해설

$y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 을 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$y = -\frac{1}{3}(x+2+4)^2 - 3 + 3 = -\frac{1}{3}(x+6)^2$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

11. 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?



① $y = -2x^2 + 4x + 2$

② $y = -x^2 + 2x + 2$

③ $y = -2x^2 - 4x + 2$

④ $y = -x^2 - 2x + 2$

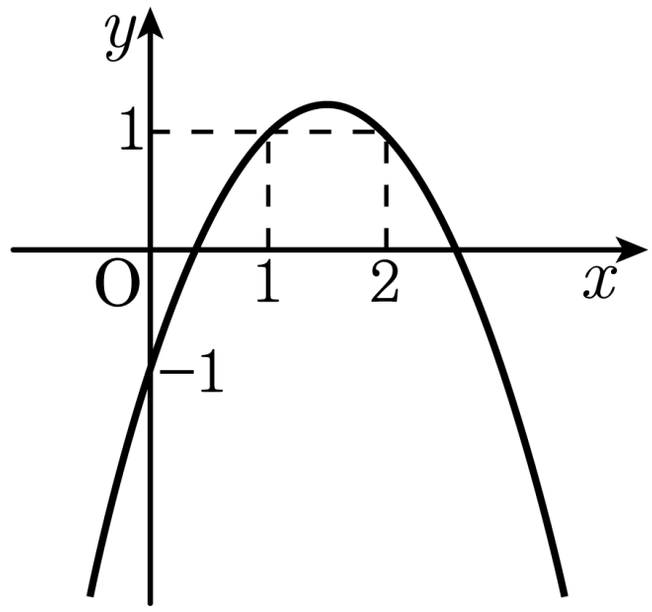
⑤ $y = -3x^2 - 6x + 2$

해설

$y = a(x-1)^2 + 3$ 가 점 $(0,\ 2)$ 를 지나므로
$2 = a(0-1)^2 + 3,\ a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x-1)^2 + 3$
$= -x^2 + 2x + 2$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.
점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$
점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$
점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로
$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

13. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50 ② 62 ③ 64 ④ 79 ⑤ 83

해설

두 수를 각각x, $16-x$ 라고 하면

$$\begin{aligned} y &= x(16-x) \\ &= -x^2+16x \\ &= -(x^2-16x+64-64) \\ &= -(x-8)^2+64 \end{aligned}$$

$x=8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

14. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t-3)^2 + 45 \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$
② $x^2 + 2x - 35 = 0$
③ $x^2 - 12x + 35 = 0$
④ $x^2 + 12x + 35 = 0$
⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$x^2 - 8x + 15 = 0$
$(x-5)(x-3) = 0$
$a = 5,\ b = 3$
$\therefore a+2 = 7,\ b+2 = 5$
따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은
$(x-7)(x-5) = 0$
$\therefore\ x^2 - 12x + 35 = 0$

16. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \qquad \therefore \ x + \frac{1}{x} = 3$

$$x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 9 - 2 + 3 = 10$$

17. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을
$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지나므로
$0 = -8 - 2b + c,\ -16 = c$
$0 = -8 - 2b - 16 \qquad \therefore\ b = -12$
$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$
$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 21)$ 에서 $(-3,\ 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0,\ q = -19$ 이다.
$\therefore\ p + q = 0 - 19 = -19$

18. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

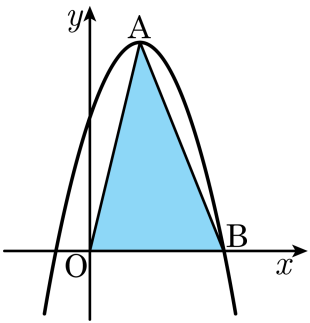
a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢2 ㉣3 ㉤1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

19. 다음 이차함수 $y=-x^2+3x+4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

$$y=-x^2+3x+4$$
$$=-\left(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+4$$
$$=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$$

따라서 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{25}{4}\right)$

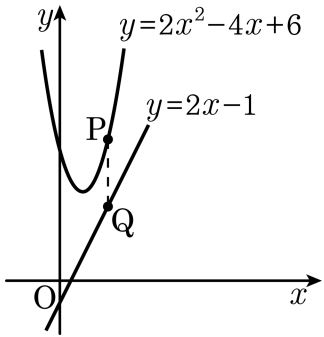
$y=0$ 을 대입하면 $x^2-3x-4=0$

$(x+1)(x-4)=0$ 이므로 x 절편은 $-1, 4$

$\therefore$ B(4, 0)

$$\therefore\ \triangle OAB=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{25}{4}=\frac{25}{2}$$

20. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면,
점 Q 의 좌표는 $(t,\ 2t - 1)$ 이다.

$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

21. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$ 이고, $k=f(1)+f(2)+\cdots+f(23)+f(24)$ 이다.

k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2+\left(a^2-2\right)x+8=0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x+1-x}$$
$$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$$

$$k=f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(23)+f(24)$$
$$=\sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{25}-\sqrt{24}$$
$$=-\sqrt{1}+\sqrt{25}$$
$$=-1+5=4$$

$(a+1)x^2+\left(a^2-2\right)x+8=0$ 에 $x=4$ 를 대입

$16a+16+4a^2-8+8=0$

$4a^2+16a+16=0,\ a^2+4a+4=0$

$(a+2)^2=0 \qquad \therefore\ a=-2$

$a=-2$ 를 식에 대입하면

$-x^2+2x+8=0,\ -(x+2)(x-4)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=4$

22. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$ ② $26 + 6\sqrt{23}$ ③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$ ⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$x^2 - 4x - 18 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$

$(x-2)^2 = 22$

$\therefore\ x = 2 \pm \sqrt{22}$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$\therefore\ \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$

23. 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 일정 양의 물을 퍼낸 다음 퍼낸 물의 양과 같은 양의 소금을 넣어 잘 저었다. 이 소금물에서 처음 퍼낸 물의 양보다 2 배 더 많은 소금물을 퍼내고 퍼낸 소금물의 양과 같은 양의 소금을 넣었더니 28% 의 소금물이 되었다면, 처음 퍼낸 물의 양은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 10 g

해설

처음 퍼낸 물의 양을 xg 이라 하면 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 xg 의 물을 퍼낸 다음 xg 의 소금을 넣었으므로 x% 의 소금물 100g 이 된다.

또, $2x$g 의 소금물을 퍼내고 $2x$g 의 소금을 넣었으므로 이 소금물 100g 에 녹아 있는 소금의 양은

$$\frac{x}{100} \times 100 - \frac{x}{100} \times 2x + 2x = \frac{28}{100} \times 100$$

$$300x - 2x^2 = 2800$$

$$x^2 - 150x + 1400 = 0$$

$$(x - 10)(x - 140) = 0$$

$\therefore\ x = 10$ 또는 $x = 140$

그런데 100g 의 물에서 더 많은 양의 물을 퍼낼 수는 없으므로 처음 퍼낸 물의 양은 10g 이다.

24. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 4 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

처음 원의 반지름 : r

늘인 원의 반지름 : $r+3$

$\pi(r+3)^2 = 4\pi r^2$

$r^2 + 6r + 9 = 4r^2$

$3r^2 - 6r - 9 = 0$

$r^2 - 2r - 3 = 0$

$(r-3)(r+1) = 0$

$\therefore\ r = 3\,\text{cm}\ (r > 0$ 이므로)

25. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$x^2 - 5x - 6 = 0, (x+1)(x-6) = 0$

$\therefore\ x = -1,\ 6$

$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$