

1. 다음 이차방정식을 풀어라.

$$(x-6)(x-1)=3x$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=5+\sqrt{19}$

▷ 정답 : $x=5-\sqrt{19}$

해설

$$\begin{aligned}(x-6)(x-1) &= 3x \\ x^2-7x+6 &= 3x \\ x^2-10x+6 &= 0 \\ x^2-10x+25 &= 19 \\ (x-5)^2 &= 19 \\ x-5 &= \pm\sqrt{19} \\ \therefore x &= 5\pm\sqrt{19}\end{aligned}$$

2. 이차함수 $y = x^2 + 4$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① y 축에 대하여 좌우대칭이다.
 - ② 점 $(-2, 0)$ 을 지난다.
 - ③ 꼭지점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.
 - ④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.
 - ⑤ $y = -x^2 - 4$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ② 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.
- ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

3. 이차방정식 $3(x+3)^2 = 6$ 의 해가 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A+B$ 의 값은?
(단, A, B 는 유리수)

① 5

② 3

③ 1

④ -1

⑤ -3

해설

$$(x+3)^2 = 2$$

$$x+3 = \pm \sqrt{2}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{2}$$

$$A = -3, B = 2$$

$$\therefore A+B = -1$$

4. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 -4 이고, 다른 한 근이 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = -4$ 를 $x^2 + x + a = 0$ 에 대입하면
 $16 - 4 + a = 0$, $a = -12$ 이다.
 $x^2 + x - 12 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$
 $x = 3$ 을 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 에 대입하면
 $b = -16$ 이다.
 $\therefore a - b = -12 + 16 = 4$

5. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에서 $f(2) + f(0)$ 의 값은?

① 0

② -3

③ 3

④ -6

⑤ 6

해설

$$f(2) = 2^2 - 2 \times 2 - 3 = -3$$

$$f(0) = -3$$

$$\therefore -3 - 3 = -6$$

6. 다음 이차함수의 그래프 중에서 $y = -\frac{1}{6}x^2$ 과 x 에 대하여 서로 대칭인 것은?

① $y = -2x^2$

② $y = 6x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{6}x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

7. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = -x^2 - 1$
㉢ $y = (x + 1)^2$	㉣ $y = x^2 + 1$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

8. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 두 점에서 만나는 것은?

① $y = -2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = -x^2 + 2x - 1$

④ $y = x^2 - 4x$

⑤ $y = x^2 - 6x + 10$

해설

$$\begin{aligned} y &= (x^2 - 4x + 4) - 4 \\ &= (x - 2)^2 - 4 \end{aligned}$$

꼭짓점이 제 4 사분면에 있고 아래로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.

9. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

- ① ± 1 ② 0 ③ $\pm \sqrt{3}$ ④ $\pm \sqrt{2}$ ⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

10. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b - ab$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ $-\frac{8}{3}$

④ -1

⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

$$a + b - ab = -\frac{2}{3} + 2 - \left(-\frac{2}{3} \times 2\right) = \frac{8}{3}$$

11. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면
 $3^2 - 10 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 21$
 $3^2 + b = 0 \quad \therefore b = -9$
 $\therefore a + b = 21 - 9 = 12$

12. 이차방정식 $x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 구하면
 $x = -3 \pm \sqrt{21}$,
두 근 중 양수인 것은 $x = -3 + \sqrt{21}$,
따라서 $\alpha = -3 + \sqrt{21}$ 이다.
 $1 < -3 + \sqrt{21} < 2$ 이므로
 $\therefore n = 1$

13. 이차방정식 $x^2 - 8x - 3 + a = 0$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - (-3 + a) = 0$$

$$\therefore a = 19$$

14. 이차방정식 $-x^2 + ax - b = 0$ 의 두 근이 $-2, 4$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} a &= -2 + 4 & \therefore a &= 2 \\ b &= -2 \times 4 & \therefore b &= -8 \\ \therefore a - b &= 2 + 8 = 10 \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -1$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$
 $x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$
 $x^2 - (3 + 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0$
 $x^2 - 5x + 3 = 0$
 $m = -5, n = 3$
 $\therefore m + n = -2$

16. 이차방정식 $x^2 - (3a^2 - a - 4)x + a - 1 = 0$ 의 두 근은 절댓값이 같고 부호는 다를 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

두 근의 절댓값이 같고 부호는 다르므로 (두 근의 합)= 0, (두 근의 곱)< 0이다.

$$3a^2 - a - 4 = 0$$

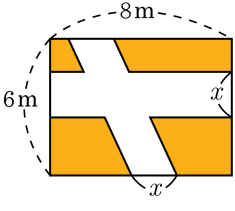
$$(3a - 4)(a + 1) = 0$$

$$a = -1, a = \frac{4}{3}$$

두 근의 곱은 $a - 1 < 0$ 이므로 $a < 1$

$$\therefore a = -1$$

17. 다음 그림과 같이 가로 8 m, 세로 6 m 인 직사각형 모양의 땅에 너비가 x m 인 길을 만들려고 한다. 길을 만들고 난 나머지 땅의 넓이가 24 m^2 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 2 m

해설

$$\begin{aligned}(8 - x)(6 - x) &= 24 \\ x^2 - 14x + 24 &= 0 \\ (x - 2)(x - 12) &= 0 \\ x = 2 \text{ 또는 } x = 12 \\ 0 < x < 6 \text{ 이므로 } x &= 2 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

18. 다음은 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 설명한 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

- ① x 축에 대하여 대칭이다.
- ② 제 3, 4 사분면을 지난다.
- ③ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ④ $y = x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

해설

- ① y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 위로 볼록한 포물선
- ④ $y = x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

19. 이차함수 $y = 5(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 -2 , 4 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, 7)$ 을 지날 때, 양수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 5(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 -2 , 4 만큼 평행이동하면

$y = 5(x-3+2)^2 - 2 + 4$, $y = 5(x-1)^2 + 2$ 이고

점 $(a, 7)$ 을 지나므로 대입하면

$7 = 5(a-1)^2 + 2$, $1 = (a-1)^2$, $a-1 = \pm 1$ 이다. $a > 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.

20. 포물선 $y = x^2 + 2bx + c$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이 $(2, -1)$ 이 되었다고 한다. 상수 b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

$y = x^2 + 2bx + c = (x + b)^2 - b^2 + c$,
 $y = (x + b - 3)^2 - b^2 + c - 1$,
꼭짓점 $(-b + 3, -b^2 + c - 1) = (2, -1)$ 이므로
 $-b + 3 = 2, b = 1$,
따라서 $-b^2 + c - 1 = -1$ 이므로 $c = 1$ 이다.

21. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

㉠ -1 ㉡ 0 ㉢ 1 ㉣ 2 ㉤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

22. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2 - 6x + 5 = 0$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
- ④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.
따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.
 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

23. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠

주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡

작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢

작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤

주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 $4, 6$ 이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

24. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

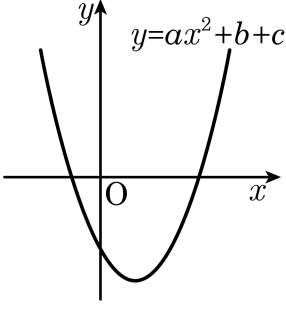
$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

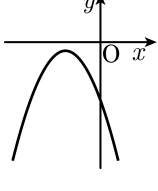
$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

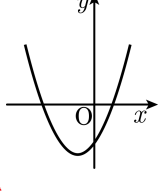
25. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



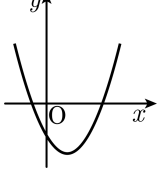
①



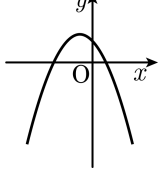
②



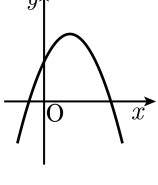
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편 $c < 0$
따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.