

1. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

(완전제곱식) = 0 일 때, 중근을 가지므로 $a = 0$

2. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)

① $\sqrt{6}$

② $-\sqrt{6}$

③ 2

④ -2

⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지나므로

$$a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{3}{2}a^2 = 9$$

$$a^2 = 6$$

$$a < 0 \text{ 이므로 } a = -\sqrt{6}$$

3. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 중근은?

- ① $p = 0, x = 3$ ② $p = 3, x = 3$ ③ $p = 0, x = -3$
④ $p = 3, x = 0$ ⑤ $p = -3, x = 3$

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$3(x-3)^2 = p, (x-3)^2 = \frac{p}{3}$ 이므로 $p = 0$ 이다.

또한 중근은 $x = 3$ 이다.

4. 이차방정식 $\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A+B$ 의 값은?

① -12

② -9

③ 3

④ 9

⑤ 12

해설

$$\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$$

$$4x^2 - 12x = -3$$

$$(2x - 3)^2 = -3 + 9$$

$$(2x - 3)^2 = 6$$

$$2x - 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$2x = 3 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

5. 이차방정식 $x^2 - (k + 2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -8

③ -2

④ 4

⑤ 8

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $D = 0$

$$(k + 2)^2 - 16 = 0 \quad \therefore k = 2, -6$$

두 근이 2와 -6인 이차방정식은

$$(x - 2)(x + 6) = 0, \quad x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore a = 4, \quad b = -12$$

$$\therefore a + b = 4 + (-12) = -8$$

6. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

㉠ $y = -2x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉢ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$

㉣ $y = 4x^2 - 1$

㉤ $y = 3(x-1)^2$

① (㉠) - (㉢) - (㉡) - (㉤) - (㉣)

② (㉢) - (㉡) - (㉠) - (㉤) - (㉣)

③ (㉣) - (㉤) - (㉡) - (㉢) - (㉠)

④ (㉣) - (㉤) - (㉡) - (㉠) - (㉢)

⑤ (㉣) - (㉤) - (㉠) - (㉡) - (㉢)

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

7. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$y = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

$$a = 3, b = -12, c = 17$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 12 + 17 = 8$$

8. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x = -3$ 을 축으로 하는 것은?

① $y = x^2 - 3$

② $y = (x - 3)^2 + 1$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 1$

⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 에서 축의 방정식은 $x = p$
각각에서 축의 방정식을 구해 보면

① $x = 0$ ② $x = 3$ ③ $x = 0$

④ $x = -3$ ⑤ $x = 0$

9. $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

$$(x - 4)^2 = 9$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

부등식 $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 을 정리하면 $x \leq 6$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이다.

$x = 1$ 일 때, $(1 - 4)^2 = 9$ 를 만족한다.

10. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{3}{2}$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$$

$$2x(x-3) - 4(x+1) = x+17$$

$$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x+17$$

$$2x^2 - 11x - 21 = 0$$

$$(x-7)(2x+3) = 0$$

따라서 $x = 7$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$ 이다.

11. 이차방정식 $(a-1)x^2 - 7x + 3 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 한 근을 구하면?

① $a = -3, x = -2$

② $a = -3, x = 2$

③ $a = 3, x = \frac{1}{2}$

④ $a = 3, x = -\frac{1}{2}$

⑤ $a = -3, x = \frac{1}{2}$

해설

$(a-1)x^2 - 7x + 3 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$$(a-1) \times 3^2 - 7 \times 3 + 3 = 0$$

$$9(a-1) - 18 = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0, (x-3)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

따라서 $a = 3$ 이고 나머지 한 근은 $x = \frac{1}{2}$

12. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x + P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면?

① -33

② -12

③ -4

④ 0

⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

13. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

$$D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$$

$$4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$m = 2 \text{ 또는 } m = -1$$

따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

14. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 제곱의 합보다 60 이 작다. 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 11

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 + 60 = (x-1)^2 + x^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + 2x + 61 = 2x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 4x - 60 = 0$$

$$(x+6)(x-10) = 0$$

따라서 $x = 10$ (x 는 자연수) 이다.

세 자연수는 9, 10, 11 이다.

15. 사과 154 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 사과의 수는 학생 수보다 3 만큼 작다. 학생 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 14 명

해설

학생 수를 x , 사과 수를 $x - 3$ 라고 하면

$$x(x - 3) = 120$$

$$x^2 - 3x - 154 = 0$$

$$(x - 14)(x + 11) = 0$$

$$x = 14 \text{ 또는 } x = -11$$

$$\therefore x = 14$$

16. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ 에서 $f(a) = 0$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$f(a) = 0$ 이므로

$$3a^2 - 2a - 1 = 0, \quad (3a + 1)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3} \quad \text{또는} \quad a = 1$$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 1$ 이다.

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, 3)$ 을 지났다. b 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

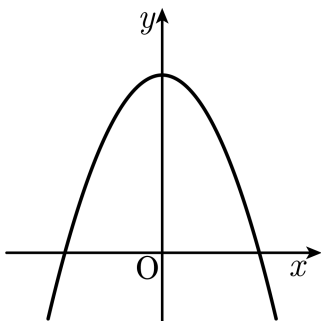
해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + b$ 에 $(4, 3)$ 을 대입하면

$$3 = \frac{1}{2} \times 4^2 + b$$

$$\therefore b = 3 - \frac{16}{2} = -5$$

18. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 직선 $y = ax + b$ 가 지나지 않는 사분면은?



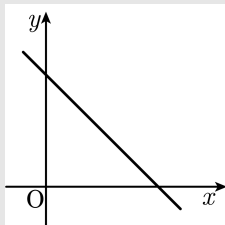
- ① 제1사분면 ② 제2사분면
 ③ 제3사분면 ④ 제4사분면
 ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 는 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, y 절편은 양수이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = ax + b$ 는 기울기가 음수이고 y 절편은 양수이다.

지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.



19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 5$ 의 그래프의 축이 직선 $x = -1$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 5 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 5 \text{ 이므로 축은}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

$$-\frac{b}{2a} = -1$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 2$$

20. 다음 보기의 이차함수 중 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡ $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢ $y = x^2 - 2x + 3$

㉣ $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤ $y = -x^2 + 4x$

㉥ $y = -x^2 + 2x + 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, 꼭짓점이 $(0, 2)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉡ $y = -3(x-1)^2 + 5$, 꼭짓점이 $(1, 5)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉢ $y = (x-1)^2 + 2$, 꼭짓점이 $(1, 2)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉣ $y = 2(x+1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(-1, 3)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉤ $y = -(x-2)^2 + 4$, 꼭짓점이 $(2, 4)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉥ $y = -(x-1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(1, 3)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

$\therefore x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

21. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프가 제2 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 m 의 값의 범위는?

① $m > -9$

② $-9 < m \leq 0$

③ $m \geq 0$

④ $0 \leq m < 9$

⑤ $m > 9$

해설

$$y = -(x - 3)^2 + m + 9$$

꼭짓점이 제1 사분면에 있고, y 절편이 음수여야 하므로

$$m \leq 0$$

$$m + 9 > 0$$

$$\therefore -9 < m \leq 0$$

22. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ㉠ 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ㉡ 중근을 갖는다.
- ㉢ 근이 존재하지 않는다.
- ㉣ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ㉤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$
 $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.

따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, $\alpha = \beta$ 인 경우 포함)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$$

그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로

$$D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$$

$$a^2 \geq 3 \text{ 이므로 } 8a^2 - 18 \geq 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6 이다.

24. $x > y > 0$ 이고, $(x - y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x - y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

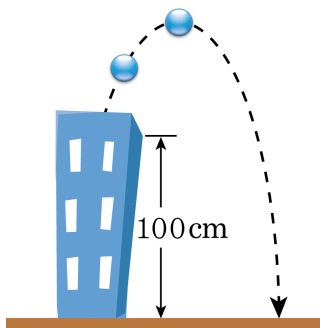
$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

25. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
 ④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지

올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 - 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$