1. x축의 양의 방향과 $60°$의 각을 이루고, 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 y 절편은?

① $3-2\sqrt{3}$ ② $3+2\sqrt{3}$ ③ $-3-2\sqrt{3}$

④ $-3+3\sqrt{3}$ ⑤ $3-3\sqrt{3}$

해설

x축과 $60°$의 각을 이루므로

기울기는 $\tan 60° = \sqrt{3}$

$\therefore y-3 = \sqrt{3}(x-2)$

$\therefore y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + 3$

2. $ac < 0,\ bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots$ ㉠

$ac < 0,\ bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore\ abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

3. 점 $(2,\ 1)$을 지나고 직선 $x-2y+1=0$에 수직인 직선의 식을 구하면?

① $y=2x+5$　② $y=-2x+5$　③ $y=2x-5$

④ $y=5x+2$　⑤ $y=5x-2$

해설

$x-2y+1=0 \quad \Rightarrow \quad y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

이 직선에 수직하므로 기울기는 -2

$y-1=-2(x-2)$

$\therefore\ y=-2x+5$

4. 직선 $x+ay+1=0$이 $x-y+1=0$과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$과는 평행일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+ay+1=0\cdots$㉠

$x-y+1=0\cdots$㉡

$x+(2-b)y-1=0\cdots$㉢

㉠$\perp$㉡ : $1\times 1+a\times(-1)=0$

$\therefore\ a=1$

㉠$//$㉢ : $\dfrac{1}{1}=\dfrac{a}{2-b}\neq\dfrac{1}{-1}$

$\Rightarrow a=2-b$

$\Rightarrow 1=2-b$

$\therefore\ b=1$

$\therefore\ a+b=2$

5. 두 직선 $3x-2y-4=0$, $x+2y-4=0$ 의 교점과 점 $(1,-4)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $5x-y-9=0$　② $5x+y-9=0$

③ $x-2y-1=0$　④ $2x-3y-1=0$

⑤ $2x-y+3=0$

해설

$$\begin{cases} 3x-2y-4=0 & \cdots ㉠ \\ x+2y-4=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ : $x=2,\ y=1$

$\therefore$ 교점 : $(2,\ 1)$

$\therefore$ 구하는 직선은 $y-1=\dfrac{-4-1}{1-2}(x-2)=5(x-2)$

$\therefore\ 5x-y-9=0$

6. 두 직선 $2x-y-3=0$, $x+y-3=0$ 의 교점을 지나고 $(0,0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $ax+by=0$ 이라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(2x-y-3)+k(x+y-3)=0$ 으로 나타낼 수 있다.

이 때, $(0,\ 0)$을 지나므로

$(-3)+k(-3)=0 \quad \therefore\ k=-1$

$(2x-y-3)+(-1)(x+y-3)=0$을 정리하면

$\therefore\ x-2y=0$

$a=1,\ b=-2 \quad \therefore\ a-b=1-(-2)=3$

7. $(3k+2)x-(k+1)y+4=0$ 은 k 값에 관계없이 한 정점 $\mathrm{A}(a,\ b)$ 를 지난다. 이때, $a+b$ 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

준 식 : $(3x-y)k+2x-y+4=0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$3x-y=0 \ \cdots ㉠$

$2x-y+4=0 \ \cdots ㉡$

㉠ − ㉡ : $x=4,\ y=12$

$\therefore\ \mathrm{A}(a,\ b)=(4,\ 12)$

$\therefore\ a+b=4+12=16$

8. 평행한 두 직선 $3x-5y+2=0$, $3x-5y-1=0$ 사이의 거리는?

① $\dfrac{2\sqrt{17}}{17}$ ② $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$ ③ $\dfrac{\sqrt{34}}{34}$

④ $\dfrac{2\sqrt{34}}{34}$ ⑤ $\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x-5y+2=0$ 위의 점 $\left(0,\ \dfrac{2}{5}\right)$에서

$3x-5y-1=0$ 까지의 거리

$$\frac{\left|3\cdot 0-5\cdot\frac{2}{5}-1\right|}{\sqrt{9+25}}=\frac{3}{\sqrt{34}}=\frac{3\sqrt{34}}{34}$$

9. 점 $(2, 4)$ 를 지나며 기울기가 음인 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 16 이다. 이 직선의 x 절편을 a, y 절편을 b 라 할 때, $a+b$ 의값은?

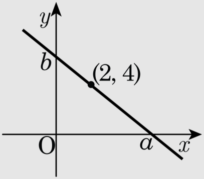
① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

구하는 직선의 방정식을 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 이 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$$\frac{2}{a}+\frac{4}{b}=1$$

$\therefore\ 4a+2b=ab\cdots$㉠



$\triangle ABC$ 의 넓이가 16 이므로

$\frac{1}{2}ab=16 \therefore\ ab=32\cdots$㉡

㉠ ㉡에서 $a=4, b=8, a+b=12$

10. A $(1,1)$, B $(-2,-3)$, C $(k,k+1)$이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=4$

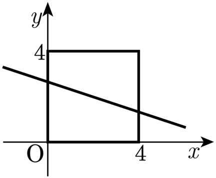
해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
$\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \quad \frac{-3-1}{-2-1}=\frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$$\Rightarrow \quad \therefore\ k=4$$

11. 직선의 방정식 $ax+2y-5=0$이 다음 그림과 같이 정사각형의 넓이를 이등분 할 때, a의 값은 얼마인가?



① 2 ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

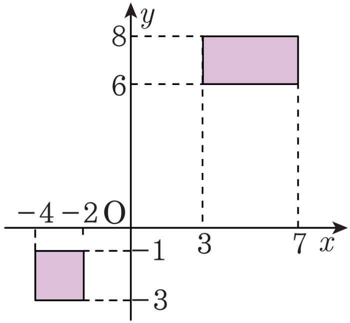
해설

주어진 직선이 정사각형의 넓이를 이등분하려면 정사각형 대각선의 교점인 중심 $(2,2)$를 지나야 한다.

$ax+2y-5=0$에서 $2a+4-5=0$

$\therefore\ a=\frac{1}{2}$

12. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형과 직사각형이 놓여 있다. 이 정사각형과 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 기울기는?



① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

해설

직사각형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 M이라 하자.
점 M을 지나는 임의의 직선 l 이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하면
l 의 기울기에 관계없이 $\triangle BMQ = \triangle DMP$ 이므로,
M을 지나는 임의의 직선은 직사각형의 넓이를 이등분한다.
정사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(-3, -2)$
직사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(5, 7)$ 이므로
두 점을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{7-(-2)}{5-(-3)} = \frac{9}{8}$$

13. 두 점 A$(-2,\ -1)$, B$(4,\ 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB 의 중점의 좌표는 $(1,\ 1)$

선분 AB 의 기울기는 $\dfrac{3-(-1)}{4-(-2)}=\dfrac{2}{3}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선은 점 $(1,\ 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\dfrac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-1=-\dfrac{3}{2}(x-1)$

즉, $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{5}{2}$

따라서, $a+b=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2}=1$

14. 직선 $3x-y+k=0$ 이 두 점 $(1,\ 3)$, $(2,\ -1)$ 을 잇는 선분과 만나도록 k 값의 범위를 정하면?

① $-6 \le k \le 0$　② $-7 \le k \le 0$　③ $-6 \le k \le 1$

④ $-7 \le k \le 1$　⑤ $-5 \le k \le 1$

해설

다음 그림에서와 같이 $y=3x+k$ 가 조건을 만족하기 위해서는

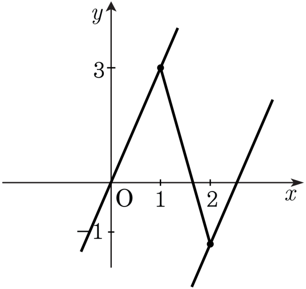
ⅰ)$(1,\ 3)$ 에서 만날 때, $3=3+k$

$\therefore\ k=0$

ⅱ)$(2,\ -1)$ 에서 만날 때, $-1=6+k$

$\therefore\ k=-7$

$\therefore\ -7 \le k \le 0$



15. 세 점 $A(1,2)$, $B(-2,3)$, $C(3,-1)$ 에서 직선$l : 3x+4y-1=0$ 까지의 거리를 각각 d_1, d_2, d_3 라 할 때, d_1, d_2, d_3 의 크기를 바르게 비교한 것은?

① $d_1 < d_2 < d_3$ ② $d_1 < d_3 < d_2$ ③ $d_2 < d_3 < d_1$

④ $d_3 < d_2 < d_1$ ⑤ $d_3 < d_1 < d_2$

해설

$$d_1 = \frac{|3\times1+4\times2-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|3+8-1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$d_2 = \frac{|3\times(-2)+4\times3-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|-6+12-1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$d_3 = \frac{|3\times3+4\times(-1)-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|9-4-1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{4}{5}$$ 에서

따라서 $d_3 < d_2 < d_1$

16. 세 점 $A(-1,\ 0)$, $B(2,\ -3)$, $C(5,\ 3)$에 대하여 등식 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=2\overline{CP}^2$을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax+y+b=0$이다. 이 때, $a+b$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

점 P 의 좌표를 $(x,\ y)$ 라 하면
주어진 조건에서,
$(x+1)^2+y^2+(x-2)^2+(y+3)^2$
$=2\{(x-5)^2+(y-3)^2\}$
$2x^2-2x+2y^2+6y+14$
$=2(x^2-10x+y^2-6y+34)$
$18x+18y-54=0$
$\Rightarrow \quad x+y-3=0$
$\therefore\ a+b=1+(-3)=-2$

17. 방정식 $x-3y+6=0$ 이 나타나는 직선의 기울기와 y 절편을 차례대로 구하면?

① $\frac{1}{3}$, -2 ② $\frac{1}{3}$, 2 ③ $-\frac{1}{3}$, 2

④ 3, -2 ⑤ -3, 2

해설

$x-3y+6=0$ 을 y 에 대하여 풀면

$3y=x+6$, $y=\frac{1}{3}x+2$

$\therefore$ 기울기 : $\frac{1}{3}$, y 절편 : 2

18. 직선 $(k-3)x+(k-1)y+2=0$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점과 직선 $x+2y-4=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$(k-3)x+(k-1)y+2=0$ 을 k 에 대하여 정리하면 $k(x+y)+(-3x-y+2)=0$ 이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로

$x+y=0$, $-3x-y+2=0$

두 식을 연립하여 풀면 $x=1,\ y=-1$

따라서 점 $(1,\ -1)$ 과 직선 $x+2y-4=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|1\cdot 1+2\cdot(-1)-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

19. 원점을 지나고, 점 $(2,\ 1)$에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x축은 제외)

① $y=\frac{2}{3}x$ ② $y=-\frac{2}{3}x$ ③ $y=\frac{1}{3}x$

④ $y=-\frac{4}{3}x$ ⑤ $y=\frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y=kx(k\neq 0)$이라 하면,

$(2,\ 1)$에서의 거리가 1이므로

$\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=1$, $|2k-1|=\sqrt{k^2+1}$, $k(3k-4)=0$

$k=\frac{4}{3}$ $(\because k\neq 0)$

$\therefore\ y=\frac{4}{3}x$

20. 세 직선 $2x-y-4=0$, $3x-4y+9=0$, $4x+3y+12=0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$2x-y-4=0 \cdots\cdots$ ㉠

$3x-4y+9=0 \cdots\cdots$ ㉡

$4x+3y+12=0 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=5,\ y=6$

㉠, ㉢을 연립하여 풀면 $x=0,\ y=-4$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $x=-3,\ y=0$

세 직선 $2x-y-4=0$, $3x-4y+9=0$, $4x+3y+12=0$ 으로 이루어지는

삼각형은 세 점 $A(5,\ 6)$, $B(0,-4)$, $C(-3,0)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 이다.

따라서 점 $(5,\ 6)$ 과 직선 $4x+3y+12=0$

사이의 거리는 $\dfrac{|4\times5+3\times6+12|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{|50|}{5}=10$

또, $\overline{BC}=\sqrt{(-3-0)^2+(0+4)^2}=5$

따라서 $\triangle$ABC 의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times5\times10=25$