

1. 다음 중 이차함수인 것은?

- ① 자동차가 시속 50km 로 x 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.
- ② 반지름의 길이가 x cm 인 원의 둘레의 길이는 y cm 이다.
- ③ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 넓이는 y cm² 이다.
- ④ x 개의 물건을 y 명이 나누어 가진다.
- ⑤ 한 변의 길이가 x cm 인 정삼각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.

해설

③ $y = x^2$

2. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = -3$

② $f(-1) = 6$

③ $f(1) = 0$

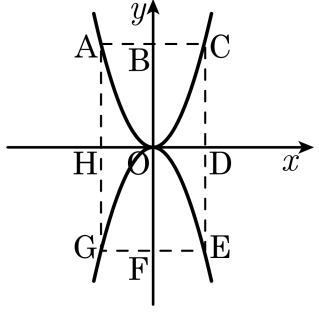
④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

3. 다음 그림과 같이 $y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 옳은 것을 모두 골라라.



- ㉠ $\overline{AB} = \overline{EF}$ ㉡ $\overline{BO} = \overline{BC}$ ㉢ $\overline{BO} = \overline{FO}$
 ㉣ $\overline{AH} = \overline{DE}$ ㉤ $\overline{HG} = \overline{FE}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프는 각각 y 축에 대하여 대칭이고 두 그래프가 서로 x 축에 대하여 대칭이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{GF} = \overline{FE}$, $\overline{AH} = \overline{HG} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{BO} = \overline{FO}$ 이다.

4. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 순으로 나열하여라.

$\textcircled{\tiny A} \ y = -\frac{1}{2}x^2$

$\textcircled{\tiny B} \ y = \frac{1}{5}x^2$

$\textcircled{\tiny C} \ y = x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny C}$

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny A}$

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny B}$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

5. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수는?

- ① $y = -2x^2 + 2$ ② $y = 2x^2 + 3$ ③ $y = -2x^2 + 3$
④ $y = -2x^2 - 3$ ⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면
 $y = -2x^2 + 3$

6. 이차함수 $y = -(x + 1)^2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq -1$

② $y \leq -1$

③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$

⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + bx + 3$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

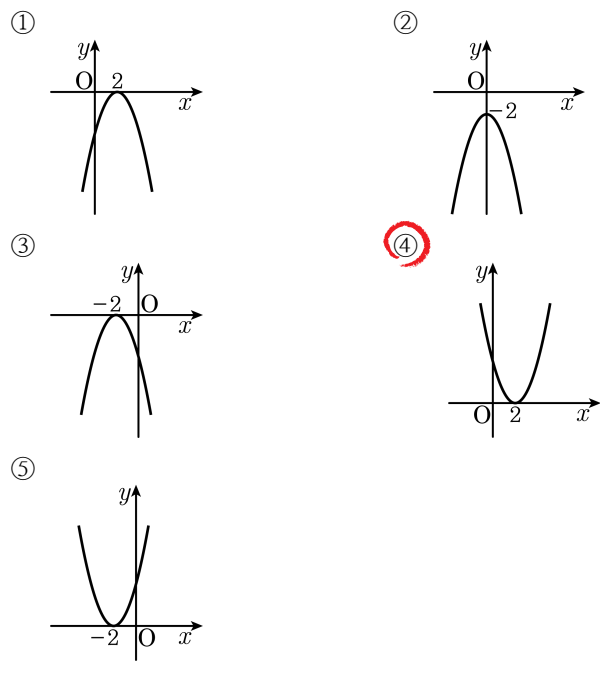
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+2)^2 + c \\&= ax^2 + 4ax + 4a + c \\&= 2x^2 + bx + 3 \\a &= 2, \quad b = 8, \quad c = -5 \\ \therefore a + b + c &= 2 + 8 - 5 = 5\end{aligned}$$

8. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

$y = (x - 2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 (2, 0) 인 그래프이다.

9. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x - 7 \\ &= (x - 2)^2 - 11 \\ x &= 2 \text{ 일 때, 최솟값 } -11 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

10. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$$

$$\text{최댓값 } m = 1$$

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{3}(x + 3)^2$$

$$\text{최솟값 } n = 0$$

$$\therefore mn = 1 \times 0 = 0$$

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x$ 의 그래프는 점 $(a, 2)$ 를 지난다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① -2

② -1

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

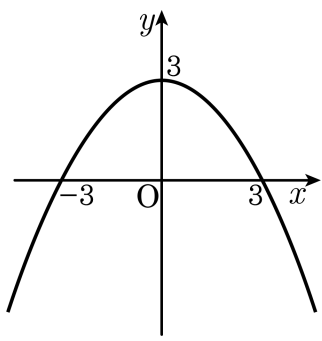
해설

$x = a$, $y = 2$ 를 대입하면

$$2 = 2a^2 - 3a, \quad 2a^2 - 3a - 2 = 0, \quad (2a + 1)(a - 2) = 0, \quad \therefore a =$$

$$-\frac{1}{2} \text{ 또는 } a = 2$$

12. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



- ① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$ ② $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$
④ $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$ ⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = ax^2 + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + 3, \quad a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

13. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으세요?

① $y = 2x^2$

② $y = \frac{x^2}{3}$

③ $y = -\frac{x^2}{4}$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ ($a \neq 0$) 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 원점 $(0, 0)$ 을 지난다.
- ② 직선 $x = 0$ 을 축으로 하고, 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.
- ④ $y = -2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

② $x = 0$ 을 축으로 하고, 아래로 볼록한 포물선이다.

15. 다음 빈칸을 알맞게 채우고, 꼭짓점의 좌표와 대칭축의 방정식을 구하면?.

이차함수 $y = (x - 2)^2 - 3$ 의 그래프는 $y = \square$ 의 그래프를 x 축 방향으로 $\square$ 만큼, y 축 방향으로 $\square$ 만큼 평행이동한 그래프이다.

- ① x^2 , 2, -3, 꼭짓점 (2, -3), 대칭축 $x = 2$
- ② x^2 , -2, -3, 꼭짓점 (-2, -3), 대칭축 $x = -2$
- ③ x^2 , 2, 3, 꼭짓점 (2, 3), 대칭축 $x = 2$
- ④ x^2 , 2, -3, 꼭짓점 (2, -3), 대칭축 $y = 2$
- ⑤ x^2 , 2, -3, 꼭짓점 (-2, -3), 대칭축 $y = 2$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프이다.
꼭짓점 : (p, q) , 축의 방정식 : $x = p$

16. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

17. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

18. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 - 2x - 3$ 일 때, $f(f(f(-1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$f(-1) = 1 + 2 - 3 = 0$$

$$f(f(-1)) = f(0) = -3$$

$$\therefore f(f(f(-1))) = f(-3) = 9 + 6 - 3 = 12$$

19. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

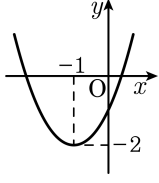
$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

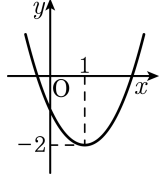
$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

20. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

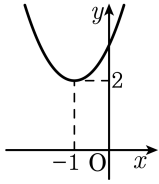
①



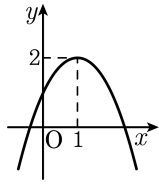
②



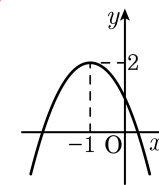
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

21. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

- 가. $y = -\frac{1}{3}x^2$
나. $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$
다. $y = -2x^2 + x - 3$
라. $y = (x-1)^2 + 1$

- ① 다, 라, 나, 가 ② 가, 라, 나, 다 ③ 다, 나, 가, 라
④ 가, 나, 라, 다 ⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

22. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.

따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

23. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
 $x^2 - 8x + 7 = 0$
 $(x - 7)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
 $\therefore a + b = 8$

24. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

25. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

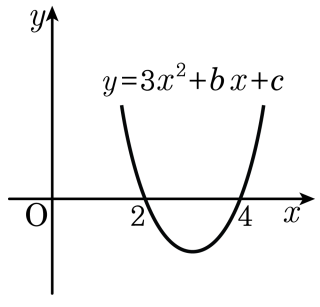
꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 2)^2 + 1 \\ &= 2x^2 - 8x + 9 \end{aligned}$$

26. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

해설

(2, 0) 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

27. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

28. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁을 때, 보기에서 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

보기

$\frac{1}{4}, -3, -\frac{1}{4}, \frac{5}{2}, 3, 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

a 의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁다. a 의 절댓값이 2보다 큰 것은 $-3, \frac{5}{2}, 3, 4$ 이다.

29. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

- i) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,
 $a = 5 \times 2^2 = 20$
ii) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는
 $y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$
 $\therefore a + b = 20 - 5 = 15$

30. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에서 x 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

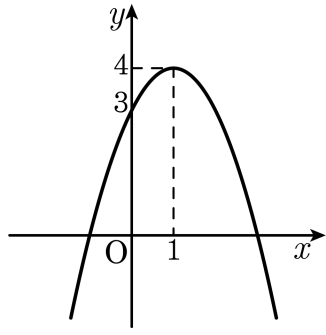
해설

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

$$y = -(x-2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점이 (2, -1) 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 2$

31. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $3a - b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$ 이므로
 $y = a(x - 1)^2 + 4$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면
 $a(0 - 1)^2 + 4 = 3$, $a + 4 = 3$, $a = -1$
 $y = -(x - 1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$
 $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$
 $\therefore 3a - b + c = 3 \times (-1) - 2 + 3 = -2$

32. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 4x - 3$

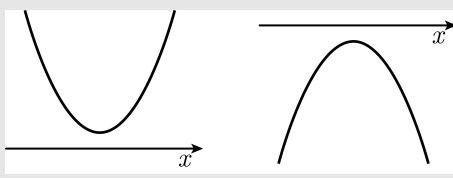
② $y = 4x^2 - 8x + 9$

③ $y = -2x^2 + 8x + 1$

④ $y = -x^2 + 6x + 3$

⑤ $y = -x^2 - 8x + 5$

해설



① $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$

② $y = 4x^2 - 8x + 9 = 4(x - 1)^2 + 5$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

③ $y = -2x^2 + 8x + 1 = -2(x - 2)^2 + 9$

④ $y = -x^2 + 6x + 3 = -(x - 3)^2 + 12$

⑤ $y = -x^2 - 8x + 5 = -(x + 4)^2 + 21$

33. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

34. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 12)$, $(-2, -2b)$, $(1, 1 - 4a)$ 를 지날 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면 $c = 12$

$$-2b = 4a - 2b + c \cdots \textcircled{1}$$

$$1 - 4a = a + b + c \cdots \textcircled{2}$$

$c = 12$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $a = -3$

$a = -3$, $c = 12$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b = 4$

$$\therefore a - b + c = -3 - 4 + 12 = 5$$

35. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$y = -x^2 - 4x + k = -(x + 2)^2 + 4 + k$$

최댓값이 8 이므로

$$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$$

36. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + b$ 의 최댓값은 -1 이고, 점 $(1, -1)$ 을 지난다.
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$y = -x^2 + 2ax + b = -(x - a)^2 + a^2 + b,$$

$$a^2 + b = -1 \cdots \textcircled{1}$$

$y = -x^2 + 2ax + b$ 에 $(1, -1)$ 대입하면

$$b = -2a \cdots \textcircled{2}$$

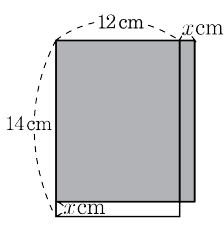
$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$a^2 - 2a = -1, (a - 1)^2 = 0,$$

$$\therefore a = 1, b = -2,$$

따라서 $a + b = 1 + (-2) = -1$ 이다.

37. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned} y &= (12 + x)(14 - x) \\ &= -x^2 + 2x + 168 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\ &= -(x - 1)^2 + 169 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

38. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채
꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

39. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

40. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

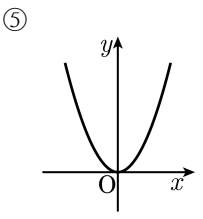
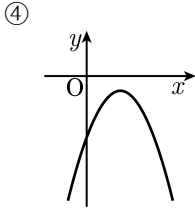
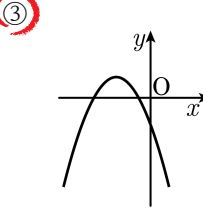
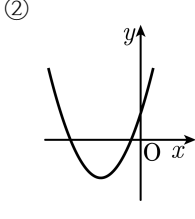
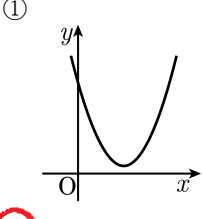
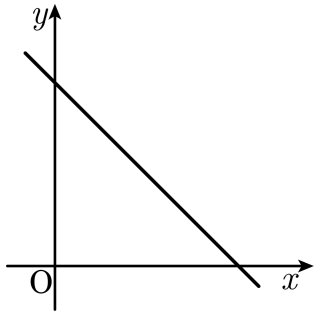
▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

41. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

42. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

43. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

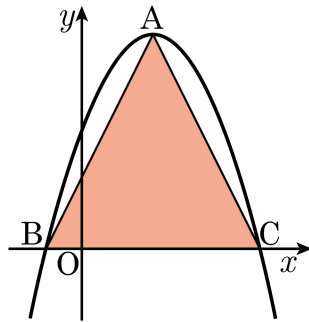
$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

44. 다음은 $y = a(x - 2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

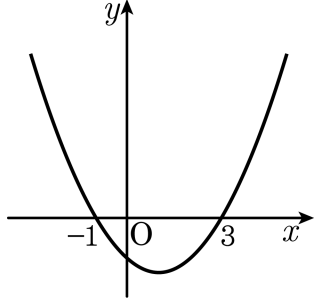
$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

$y = a(x - 2)^2 + 6$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

45. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

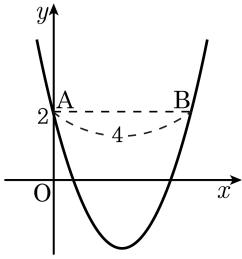
- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

46. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $\overline{AB}$ 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

B 의 좌표가 (4, 2) 이므로 A(0, 2), B(4, 2) 를 각각 대입하면
 $2 = b, 2 = 16 + 4a + b$,
즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

47. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

48. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

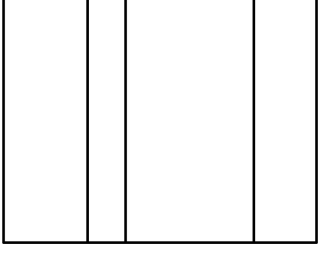
$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k + 2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

49. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

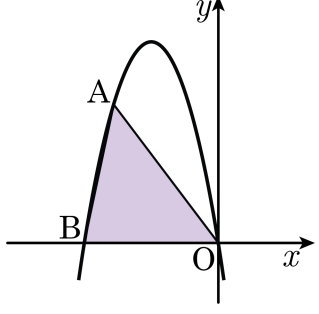
세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

50. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



- ① 18
- ② 27
- ③ 36
- ④ 45
- ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.
따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점 $(0, 0), (-6, 0)$ 을 지나므로,
 $0 = c, 0 = -36 - 6b$
 $b = -6, c = 0$
 $y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$
 $\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의 넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로
 $\triangle OAB$ 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$