

1. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해는?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2$ 를 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.
따라서 해는 $x = 1$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에

$x = 2$ 를 대입하면 $4 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$

$x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3a + b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하여 풀면 $a = 1, b = -6$

$\therefore a + b = -5$

3. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

4. 두 자연수 a, b 가 $(a+b)(a+b-6)-7=0$ 을 만족할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 7

③ 8

④ -1, 7

⑤ -7, 1

해설

$$(a+b)(a+b-6)-7=0$$

$a+b=A$ 로 치환하면

$$A(A-6)-7=0$$

$$A^2-6A-7=0$$

$$(A-7)(A+1)=0$$

$$\therefore A=a+b=7(\because a, b \text{는 자연수})$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면?

① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

② $1 \pm \sqrt{10}$

③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 3$$

$$2(x^2 - 2x) = 3$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$(x - 1)^2 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

6. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x - 1)(2x + 3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

7. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

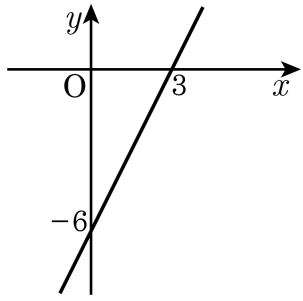
따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

8. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.
두 근을 각각 α, β 라 할 때,
두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로
$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 의 두 근이 $3, -2$ 일 때, 이차방정식 $bx^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?
(단, a, b 는 상수)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{a}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{3b}{2}$

$$3 + (-2) = -\frac{a}{2}, \quad 3 \times (-2) = \frac{3b}{2}$$

$$\therefore a = -2, \quad b = -4$$

이차방정식 $-4x^2 + 5x - 2 = 0$ 에서

두 근의 곱은 $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ 이다.

10. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$(n+7)(n-10) = 0$$

$$n = 10 (\because n > 0)$$

11. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정가 : $2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \ (a > 0)$$

12. 어떤 원의 반지름의 길이를 4cm 늘렸더니 늘어난 부분의 넓이는 처음 원의 넓이의 3 배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면,

$$\pi(x+4)^2 - \pi x^2 = 3\pi x^2$$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 = 3x^2$$

$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x+4)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ cm} (\because x > 0)$$

13. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ 10

④ -10

⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

14. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.

따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로

$$12 = 3 \times k^2, k^2 = 4$$

따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

15. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 만큼 , y 축으로 -5 만큼 평행이동한 그래프는 점 $(-3, a)$ 를 지난다고 할 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$y = 3(x+1)^2 - 5$ 가 점 $(-3, a)$ 를 지나므로
 $a = 3(-3+1)^2 - 5 = 7$ 이다.

16. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 12 ⑤ 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수의 식은

$y = 3(x+2)^2$ 이고, 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k = 3(1+2)^2$$

$$\therefore k = 27$$

17. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $2a$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 3 + 3)^2 + 1 + a \\ &= 2x^2 + 1 + a \end{aligned}$$

따라서 y 절편이 $1 + a = 2a$ 이므로 $a = 1$ 이다.

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 1)$

② $(3, 5)$

③ $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

④ $(2, 5)$

⑤ $\left(-1, \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$ 를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1+2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 이다.

19. $y = 2(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 A(2, 8), B(a , b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C, D 라 하고, 원점을 O 라 한다. $\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 일 때, a 의 값을 구하면? (단, $0 < a < 2$)

$$\textcircled{1} \ a = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{3} \ a = \frac{-1 + \sqrt{10}}{2}$$

$$\textcircled{5} \ a = \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{2} \ a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{4} \ a = \frac{-1 - \sqrt{10}}{2}$$

해설

$y = 2(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 A(2, 8) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 (-2, 8) 이고, 점 B(a , b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 (- a , b) 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로

$$\text{하면 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - b)$$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because (a, b)$ 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (8 - 2a^2) = 4(4 - a^2)$$

$$\text{또한, } \triangle BOD = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$$

$$\triangle ABC \text{ 와 } \triangle BOD \text{ 의 넓이의 비가 } 2 : a^2 \text{ 이므로 } 4(4 - a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$$

$$\therefore a^2(4 - a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0 \text{ 에서 } a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{여기서 } 0 < a < 2 \text{ 이므로 } a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

- ① $a < -\frac{4}{3}$
- ② $a \leq -\frac{4}{3}$
- ③ $a < \frac{3}{4}$
- ④ $a \leq -\frac{4}{3}$
- ⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면
 $a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.
 $a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.
꼭짓점이 (2, 3) 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.
여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.
 $4a + 3 \leq 0$
 $\therefore a \leq -\frac{3}{4}$

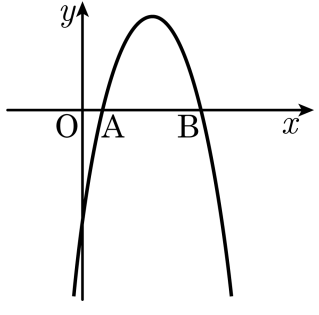
21. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

- ① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $x = 0$ (y 축)을 축으로 하고, $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a 가 커지면 $|a|$ 이 작아지므로 폭은 넓어진다.

22. 다음은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 이 이차함수의 최댓값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 + 6x + k = -(x - 3)^2 + k + 9$ 에서
 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
 그림에서 보듯 $\overline{AB} = 4$ 이면 점 A, B 는 축 $x = 3$ 에서 각각 2
 만큼 떨어져 있다.
 $\therefore A(1, 0), B(5, 0)$
 구하는 식은 $y = -(x - 1)(x - 5) = -x^2 + 6x - 5$
 $\therefore k = -5$
 $y = -(x - 3)^2 + 4$
 $\therefore x = 3$ 에서 최댓값 4

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

24. 이차함수 $y = x^2 - 2(m+1)x + 4m$ 의 최솟값을 a 이라 할 때, a 의 최댓값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2(m+1)x + 4m \\ &= \{x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 - (m+1)^2\} + 4m \\ &= \{x - (m+1)\}^2 - (m+1)^2 + 4m \\ \therefore \text{최솟값 } M &= -(m+1)^2 + 4m \\ &= -m^2 + 2m - 1 \\ &= -(m^2 - 2m + 1) \\ &= -(m-1)^2 \end{aligned}$$

따라서 a 의 최댓값은 0 이다.

25. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.