

1. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

2. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

- ① 10 ② -10 ③ 3 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$(x-2)(x+5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

3. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \text{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠ - ㉡하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 ㉠에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

4. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 a 의 값과 근을 구하면?

① $a = -3, x = 3$

② $a = 4, x = 4$

③ $a = -4, x = -3$

④ $a = 5, x = 4$

⑤ $a = 5, x = -2$

해설

$$x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$$

$$(x - 4)^2 - 16 + 2a + 6 = 0$$

중근을 가지므로 $-10 + 2a = 0$ 이다.

$$\therefore a = 5$$

중근 $x = 4$ 이다.

5. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

6. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 양의 근을 구하면?

① $2 + \sqrt{7}$

② $2 \pm \sqrt{7}$

③ $2 - \sqrt{7}$

④ $-2 + \sqrt{7}$

⑤ $-2 \pm \sqrt{7}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 3}}{1} = 2 \pm \sqrt{7}$$

따라서 양의 해는 $2 + \sqrt{7}$ 이다.

7. 이차방정식 $(x+1)(x-3) - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-1)$ 의 근은?

① $x=0$ 또는 $x=\frac{20}{3}$

② $x=\frac{5\pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x=\frac{10\pm 2\sqrt{53}}{3}$

④ $x=\frac{5\pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x=\frac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$$(x^2 - 2x - 3) - \frac{x^2 + 1}{4} = 3x - 3$$

$$4x^2 - 20x - x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$$

8. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 증근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

10. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $x = -1$ 또는 $x = 5$

③ $x = 1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = (-5) \times (-1) = 5$, $-a = 2 + 4 = 6$
따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

11. 다음 보기를 만족하는 자연수 n 의 값은?

보기

1부터 n 까지의 합 : 136

- ① 13 ② 16 ③ 18 ④ 19 ⑤ 22

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 136 \text{ 이므로 } n^2 + n - 272 = 0 \text{ 이다.}$$

$$(n-16)(n+17) = 0$$

$$\therefore n = 16 (\because n > 0)$$

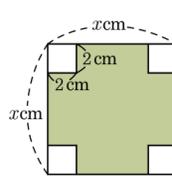
12. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 24 가 작아졌다. 어떤 자연수를 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면
 $x^2 = 2x + 24$, $x^2 - 2x - 24 = 0$
 $(x - 6)(x + 4) = 0$
 $\therefore x = 6$ 또는 $x = -4$
따라서 x 는 자연수이므로 $x = 6$

13. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형모양의 두꺼운 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm 인 정사각형을 각각 잘라내어 만든 상자의 부피가 50 cm^3 일 때, x 의 값은?



- ① $2 + \sqrt{5}$ ② 4 ③ $4 - \sqrt{5}$
 ④ 9 ⑤ $4 + 2\sqrt{5}$

해설

$$(x-4)^2 \times 2 = 50$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

14. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(-1) = -1$ ② $f(0) = -2$ ③ $f(1) = 1$
④ $f(2) = 2$ ⑤ $f(3) = 7$

해설

$$\textcircled{3} f(1) = 1^2 - 2 = -1$$

15. 다음 이차함수 중 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{4}{9}x^2$

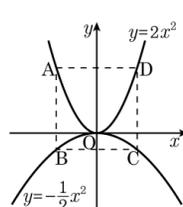
④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

16. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

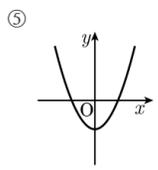
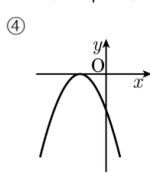
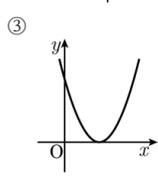
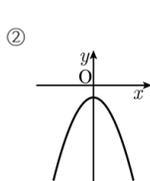
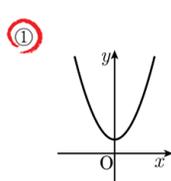
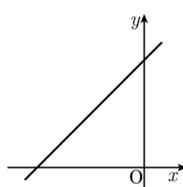
$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

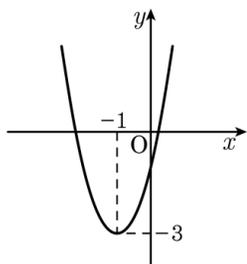
17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서 $a > 0, b > 0$ 이다.

18. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



- ① $y = 2(x+1)^2 - 3$ ② $y = 2(x-1)^2 - 3$
③ $y = -2(x+1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x+1)^2 + 3$
⑤ $y = 2(x-1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 이다.

19. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$	㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$
㉢ $y = 2x^2 - x$	㉣ $-3(x+2)^2$
㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$	

- ① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$
 ④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

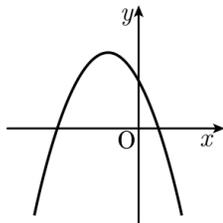
a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉣, ㉢

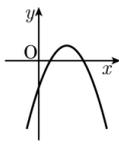
이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

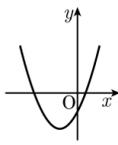
20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는?



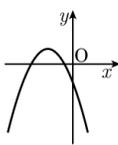
①



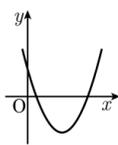
②



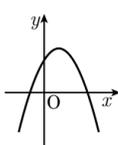
③



④



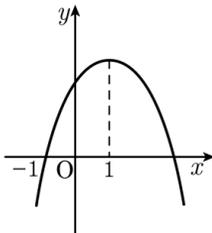
⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b < 0$, y 절편이 x 축 위에 있으므로 $c > 0$ 이다. 따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 위로 볼록한 모양이며, 축이 y 축의 오른쪽에 있고, y 절편이 x 축 아래에 있다.

21. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $ab < 0$ ② $bc > 0$ ③ $ac > 0$
 ④ $abc < 0$ ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서
 $x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고
 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,
 $y = x - 1$ 에서 (3, 2), (-2, -3) 을 지나므로,

$a + q = 2, 16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}, q = \frac{7}{3}$ 이므로

$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

23. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a+b+p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

① 12 ② 0 ③ -18 ④ 42 ⑤ -14

해설

$$y = 2(x+p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1+p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p+4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x-4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2 사분면을 지나지 않는다고 할 때, a 의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$

② $a \leq -\frac{3}{4}$

③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$

⑤ $a \geq -3$

해설

$$y = a(x-2)^2 + 3(a < 0)$$

$$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$$

$$(y\text{절편}) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

25. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm인 삼각형의 최대 넓이는?

① 90 cm^2

② 92 cm^2

③ 94 cm^2

④ 96 cm^2

⑤ 98 cm^2

해설

삼각형의 밑변의 길이를 $x \text{ cm}$, 높이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 98\end{aligned}$$