

1. 두 수 또는 두 식 $A \cdot B = 0$ 인 것을 가장 알맞게 표현한 것은?

① $A = 0$ 그리고 $B = 0$

② $A \neq 0$ 그리고 $B = 0$

③ $A = 0$ 그리고 $B \neq 0$

④ $A = 0$ 또는 $B = 0$

⑤ $A \neq 0$ 그리고 $B \neq 0$

해설

$A \cdot B = 0$ 가 성립하려면 A, B 중 적어도 어느 하나는 0 이 되어야 한다.

이를 표현한 것은 ④이다.

2. $x(x-7) = 18$ 의 두 근 중 작은 근이 $x^2 - ax - 6a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$$x^2 - 7x - 18 = (x - 9)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2, 9$$

$$(-2)^2 - a(-2) - 6a = 0 \text{ 을 정리하면 } 4a = 4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 1$$

3. 두 이차방정식 $2x^2 + mx - 3 = 0$, $x^2 + x + n = 0$ 의 공통인 해가 $x = -3$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① -11

② -1

③ 1

④ 8

⑤ 11

해설

$x = -3$ 이므로 -3 은 두 방정식의 공통인 해이다.

$x = -3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$18 - 3m - 3 = 0$ 이므로 $m = 5$

$9 - 3 + n = 0$ 이므로 $n = -6$

$\therefore m + n = -1$

4. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

5. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

6. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

두 근을 α, β 라고 하자.

$$\alpha + \beta = 2 - 3 = -a, a = 1$$

$$\alpha\beta = 2 \times (-3) = -6 = b, b = -6$$

$$\therefore 3a + b = 3 - 6 = -3$$

8. 이차방정식 $x^2 + 4x + a^2 - 3a - 5 = 0$ 의 한 해가 $-2 + \sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은? (단, a 는 음의 유리수)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

한 근이 $-2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $-2 - \sqrt{5}$

근과 계수와의 관계에서

$$a^2 - 3a - 5 = (-2 + \sqrt{5})(-2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0, (a - 4)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 (a < 0)$$

9. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

- ① $x^2 + 6x - 2 = 0$ ② $x^2 - 6x + 2 = 0$
③ $x^2 + 6x - 4 = 0$ ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\&= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\&= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\&= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4\end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

10. n 각형의 대각선의 수는 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 일 때, 대각선의 총수가 35개인 다각형은?

- ① 팔각형 ② 구각형 ③ 십각형
④ 십일각형 ⑤ 십이각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$(n+7)(n-10) = 0$$

$$n = 10 \text{ } (\because n > 0)$$

11. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 113 일 때, 두 자연수의 곱은?

① 48

② 56

③ 64

④ 72

⑤ 80

해설

연속한 두 자연수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 113$$

$$2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x + 8)(x - 7) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 7$ 이다.

구하는 두 자연수는 7, 8 이므로

$$7 \times 8 = 56 \text{ 이다.}$$

12. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

13. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프가 제 3사분면 위의 점 $(a, 3a)$ 를 지날 때, $2a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ -4 ④ 4 ⑤ -2

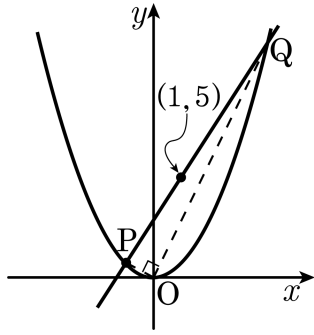
해설

$$3a = -2a^2, 2a \left(a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점 $(a, 3a)$ 가 제 3 사분면 위의 점이므로 $2a = 2 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -3$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 점 $(1, 5)$ 를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$ 과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90^\circ$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



- ① $y = x + 4$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 3x + 2$
 ④ $y = 4x + 1$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a 라 하면 점 $(1, 5)$ 를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$
 $\therefore y = ax - a + 5$
 $y = x^2$, $y = ax - a + 5$ 의 교점의 x 좌표를 α , β 라 할 때,
 α , β 는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$ 의 근이다.
 점 $P(\alpha, \alpha^2)$, $Q(\beta, \beta^2)$ 이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각
 $\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha$, $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$ 이고,
 $\overline{PO} \perp \overline{QO}$ 이므로 $\alpha\beta = -1 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 $a - 5 = -1$ ($\therefore$ 근과 계수관계)
 $\therefore a = 4$
 따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

15. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼
평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다.
이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } \left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$$

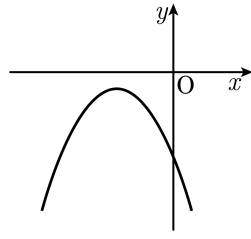
이므로 $1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2}$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } \left(-\frac{1}{2}, b\right) \text{ 를 지나므로 } b =$$

$$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

16. 이차함수 $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호로 알맞은 것은?



- ① $a > 0, p > 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q > 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a < 0, p = 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q = 0$

해설

$y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $-a < 0, a > 0$ 이고 꼭짓점의 좌표가 제 3 사분면 위에 있으므로 $p < 0$ 이고 $-q < 0, q > 0$ 이다.

17. 다음 보기에 주어진 이차함수에 대하여 옳게 설명한 것은?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = -2(x+3)^2 - 1$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = \frac{1}{4}x^2$

$\textcircled{\text{㉣}} \ y = -\frac{2}{3}(x-1)^2$

$\textcircled{\text{㉤}} \ y = x^2 + 3$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠, ㉡, ㉤이다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉤이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉢, ㉤이다.
- ④ 폭이 가장 넓은 포물선은 ㉡이다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉠, ㉤이다.

해설

- ① x^2 의 계수가 양이면 아래로 볼록하다. 따라서 ㉢, ㉤이 아래로 볼록하다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선의 식은 $y = ax^2$ 의 꼴이다. 따라서 ㉢이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 포물선은 $y = ax^2$ 또는 $y = ax^2 + q$ 의 꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ (옳다)
- ④ x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 ㉢의 폭이 가장 넓다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선은 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이므로 ㉡, ㉣이다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 6

② 2

③ -2

④ -4

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$$

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$$y = (x - 2 - 2)^2 - 3$$

$$\text{따라서 } y = (x - 4)^2 - 3$$

$$(3, m) \text{을 대입하면 } m = (-1)^2 - 3 = -2 \text{ 이다.}$$

19. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > -2$
- ② $k > -1$
- ③ $k < -2$
- ④ $k < -1$
- ⑤ $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x + 1)^2 + (-2 - k)$$

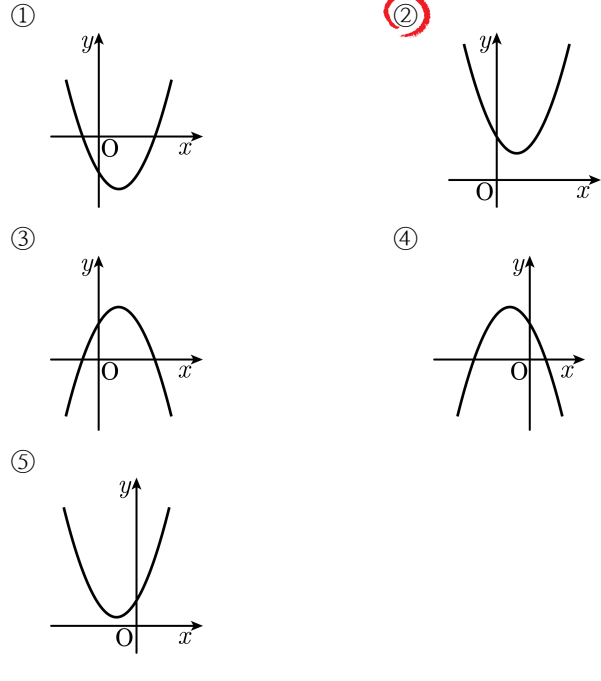
꼭짓점 $(-1, -2 - k)$ 에서 $-2 - k < 0 \quad \therefore k > -2$

해설

$y = 2x^2 + 4x - k$ 가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식 $0 = 2x^2 + 4x - k$ 이 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$D = 4^2 + 8k > 0 \quad \therefore k > -2$$

20. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프로 적당한 것은?



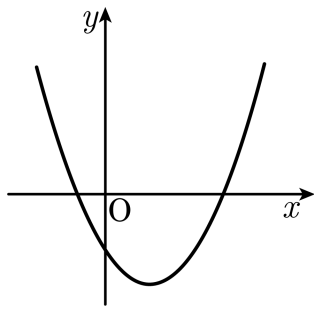
해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 모양이다.

$$y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점이 $(2, 3)$ 으로 제1 사분면에 위치한다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호는?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c < 0$
③ $a > 0, b < 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$ 이고 $ab < 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.

22. x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(2, 10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x - 3)(x - 1)$

② $y = -2(x + 3)(x - 1)$

③ $y = 2(x + 3)(x - 1)$

④ $y = -2(x - 3)(x - 1)$

⑤ $y = -2(x - 3)(x + 1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 이므로
 $y = a(x + 3)(x - 1)$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면
 $10 = a(2 + 3)(2 - 1)$
 $\therefore a = 2$
 $\therefore y = 2(x + 3)(x - 1)$

23. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 최댓값은?

① 3

② 4

③ -1

④ 0

⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

24. 이차함수 $y = -2x^2 + 4mx + m - 1$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{9}{8}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$$y = -2x^2 + 4mx + m - 1 = -2(x - m)^2 + m - 1 + 2m^2$$

$$M = 2m^2 + m - 1 = 2\left(m + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

M 은 $m = -\frac{1}{4}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{8}$ 를 갖는다.

25. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다

해설

$$\begin{aligned}y &= 50t - 5t^2 \\y &= -5(t^2 - 10t + 25 - 25) \\&= -5(t - 5)^2 + 125\end{aligned}$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.