

1. 다음 이차함수의 그래프 중에서 제 2 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 2(x + 1)^2 - 3$

② $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 6$

③ $y = (x - 4)^2 + 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = \frac{3}{2}(x + 2)^2 + 9$

해설

④ $y = -3(x - 1)^2 + 2$ 의 그래프는
꼭짓점이 $(1, 2)$ 이고 y 절편이 -1 인 위로 볼록한 그래프이다.
따라서 제 1, 3, 4사분면을 지난다.

2. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동했더니 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

3. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

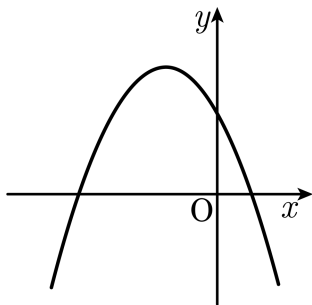
④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

4. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a < 0, b > 0, c > 0$

③ $a > 0, b > 0, c < 0$

④ $a < 0, b > 0, c < 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

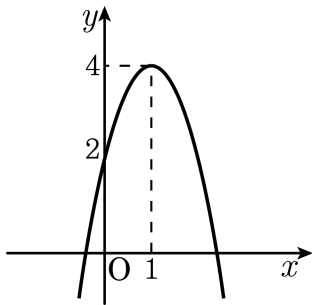
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$

$$ab < 0$$

$$\therefore b > 0$$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

5. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$

꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,

$$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{따라서 } a + b = 6$$

6. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

7. 다음은 이차방정식 A 와 A 의 한 근 B 를 나타낸 것일 때, 유리수 a 의 값은?

$$A : -a = (x + 1)^2$$

$$B : -1 - \sqrt{3}$$

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 $-1 - \sqrt{3}$ 가 근이면 $-1 + \sqrt{3}$ 도 근이다.

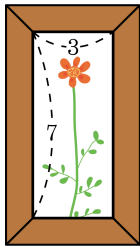
$$-a = (x + 1)^2, \quad x^2 + 2x + a + 1 = 0$$

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 곱은 } a + 1 = -2$$

$$\therefore a = -3$$

8. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은

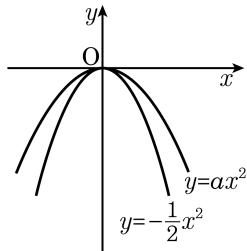
$$(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$$

$$4(x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

9. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?



- ① $-\frac{1}{2} < a < 0$ ② $a > -\frac{1}{2}$
 ③ $0 < a < \frac{1}{2}$ ④ $a > \frac{1}{2}$
 ⑤ $a \geq -\frac{1}{2}$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 이다.

10. 포물선 $y = (x - 2a + 1)^2 - 5a$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 0$

② $a < \frac{1}{2}$

③ $a > 0$

④ $a > \frac{1}{2}$

⑤ $a > -\frac{1}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표는 $(2a - 1, -5a)$ 이다.

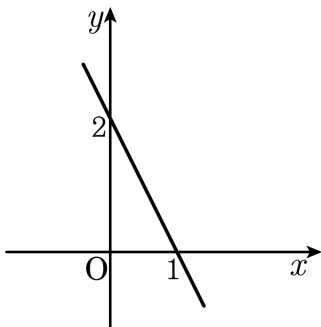
제 2 사분면 위에 있으므로

$2a - 1 < 0$, $-5a > 0$ 이다.

$$a < \frac{1}{2}, a < 0$$

$$\therefore a < 0$$

11. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
⑤ x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2 , y 절편이 2 이므로

$$y = -2x + 2, \quad m = -2, \quad n = 2$$

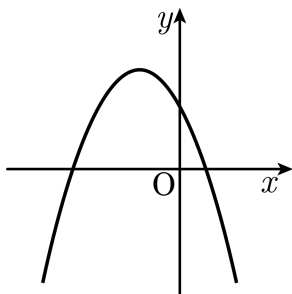
$$\therefore y = x^2 - 2x + 2$$

$$= (x^2 - 2x + 1 - 1) + 2$$

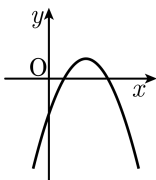
$$= (x - 1)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

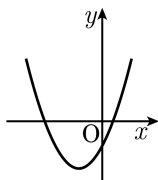
12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는?



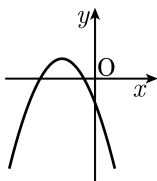
①



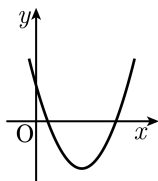
②



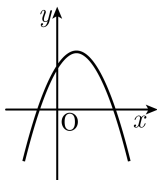
③



④



⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b < 0$, y 절편이 x 축 위에 있으므로 $c > 0$ 이다. 따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 위로 볼록한 모양이며, 축이 y 축의 오른쪽에 있고, y 절편이 x 축 아래에 있다.

13. 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 2)$

③ $(2, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$c = -6, a + b - 6 = 0, 4a + 2b - 6 = 2$$

$$\therefore a = -2, b = 8, c = -6$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x - 2)^2 + 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}(x+2)(x-6) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x - 12) \\&= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 8\end{aligned}$$

$x = 2$ 일 때 최댓값은 8 이다.

15. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

16. 어떤 모임의 회원 n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수가 90 가지 일 때, 모임의 회원 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 10명

해설

n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 90$$

$$n^2 - n - 90 = 0 \text{ 이고,}$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 10$ (n 은 자연수) 이다.

17. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어든 때의 요금 인상률은?

① 40%

② 45%

③ 50%

④ 55%

⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

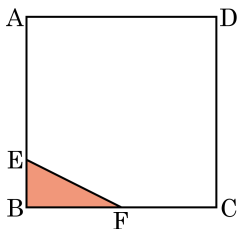
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$x^2 - 25x + 1250 = 0$$

$$(x - 50)(x + 25) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 50$$

18. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 :

초

▷ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x)$ cm , $\overline{BE} = x$ cm

$\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,

정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2}(20 - 2x)x = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$

19. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

20. 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 M 이라 할 때, M 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$$

$m = 2$ 일 때, M 은 최댓값 1 을 갖는다.

21. 둘레의 길이가 32 cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로 길이 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm² 라 하면,

$$\begin{aligned}y &= x(16 - x) \\&= -x^2 + 16x \\&= -(x^2 - 16x) \\&= -(x - 8)^2 + 64\end{aligned}$$

따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.

22. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 7 초 후

③ 8 초 후

④ 10 초 후

⑤ 알 수 없다

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25)$$

$$= -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.

23. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ -4

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

24. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근 p, q 에 대하여 $p + 2, q + 2$ 를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ 이 될 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

▷ 정답 : $b = -5$

해설

$2x^2 - 8x + 3 = 0$ 의 두 근이 $p + 2, q + 2$ 이므로
근과 계수와의 관계에 의하여

$$p + 2 + q + 2 = 4$$

$$p + q = 0$$

$$(p + 2)(q + 2) = \frac{3}{2}$$

$$pq + p + q + 4 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore pq = -\frac{5}{2}$$

$2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 p, q 이고

$$p + q = -\frac{a}{2} = 0$$

$$pq = \frac{b}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore a = 0, b = -5$$

25. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

원점 대칭하면 $(-p, -q) = (-2, 4)$

$$\therefore p = 2, q = -4$$

$y = a(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a(1 - 2)^2 - 4$$

$$\therefore a = 6$$