1. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$에 대하여 $2A - 3B$를 계산한 식에서 x^2의 계수는 얼마인가?

① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$2A - 3B$
$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$
$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$

$\therefore$ x^2의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.
$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$

2. 다항식 $(x^2+2x-3)(3x^2+x+k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15 일 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$-3x+2kx=15x$

$\therefore\ k=9$

3. 다항식 x^3+5x^2-kx-k 가 $x-1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x=1$ 을 대입하면

$1^3+5\times1^2-k\times1-k=0$

$\therefore\ k=3$

4. x에 대한 항등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$에서 a, b, c의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

▷ 정답: $b=-1$

▷ 정답: $c=1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$$
$$=cx^2+(b-c)x+a-b$$

$x^2-2x+3=cx^2+(b-c)x+a-b$에서

$c=1,\ b-c=-2,\ a-b=3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=1$

5. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

6. x의 다항식 x^3+ax+b를 x^2-3x+2로 나눌 때, 나머지가 $2x+1$이 되도록 상수 a, b의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

x^3+ax+b를 x^2-3x+2로 나눌 때,
몫을 $x+q$라 하면 (일반적으로 $px+q$로 해야겠지만 x^3의 계수가 1이므로 $x+q$)
$x^3+ax+b=(x^2-3x+2)(x+q)+2x+1$
$\therefore\ x^3+ax+b=(x-2)(x-1)(x+q)+2x+1$
이 등식은 x에 관한 항등식이므로
$x=1$을 대입하면 $1+a+b=2+1\cdots$㉠
$x=2$를 대입하면 $8+2a+b=4+1\cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $a=-5$, $b=7$
$\therefore\ a+b=2$

7. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 5이고, $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 -4이다. 이때, $f(x)$를 $(x-1)(x+2)$로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(2)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 5$$
$$= (x+2)Q_2(x) - 4$$
$$= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x)$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$이므로

$R(1) = a + b = 5 \cdots ①$

$f(-2) = -4$이므로

$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots ②$

①, ②에 의해 $a = 3,\ b = 2$이다.

$\therefore\ R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$

8. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i=1$일 때, $a+b+c$의 값을 옳게 구한 것은?

1	1	a	b	c
		d	e	f
	1	g	h	i

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	b	c
		1	$a+1$	$a+b+1$
	1	$a+1$	$a+b+1$	$a+b+c+1$

이때 $a+b+c+1=1$이므로

$a+b+c=0$

따라서 ③이다.

9. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지가 -3이고, $x-3$으로 나눈 나머지가 5이다. $f(x)$를 $(x+1)(x-3)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-1$

해설

$f(-1)=-3,\ f(3)=5$

$f(x)=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$

$-a+b=-3,\ 3a+b=5$

$a=2,\ b=-1$

$\therefore\ ax+b=2x-1$

10. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x^3 + 1 = 0$, $x^3 = -1$ 에서 $x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdots\cdots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

① 에 대입하면, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$