

1. $(x+y)(x+y-6) - 16 = 0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y = A$ 라고 하면

$$A(A-6) - 16 = 0$$

$$A^2 - 6A - 16 = 0$$

$$(A-8)(A+2) = 0$$

$\therefore x+y = 8$ 또는 $x+y = -2$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8 + (-2) = 6$ 이다.

2. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면 $3x^2 + 10x = 5$, $3x^2 + 10x - 5 = 0$

두 근의 합 $a = -\frac{10}{3}$

두 근의 곱 $b = -\frac{5}{3}$

$\therefore a+b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5$

3. 이차방정식 $2x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 차례대로 나열한 것은?

① $-2, -1$

② $2\sqrt{3}, \frac{5}{4}$

③ $2\sqrt{3}, 2$

④ $\frac{5}{2}, -1$

⑤ $\frac{5}{2}, -2$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

두 근의 합은 $-\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{-2}{2} = -1$ 이다.

4. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

5. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

6. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$
④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$ ⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

7. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \text{ 이므로}$$

$$(-5) + 1 + 2 = -2 \text{ 이다.}$$

8. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

9. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

10. 이차방정식 $4x - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-a)$ 의 근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 4 를 곱하면 $16x - (x^2 + 1) = 12(x - a)$
 $x^2 - 4x + (1 - 12a) = 0$
근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 이므로
두 근의 합은 $2b = 4 \quad \therefore b = 2$
두 근의 곱은 $b^2 - 15 = 1 - 12a \quad \therefore a = 1$
 $\therefore \frac{1}{2}ab = 1$

11. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② -3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

12. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

13. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

14. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 2k + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -\frac{3}{4}$

② $k < -\frac{1}{2}$

③ $k < 0$

④ $k < \frac{1}{2}$

⑤ $k < \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - 2 \times (2k + 3) > 0, k < \frac{3}{4}$$

15. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

- ① $k < 1$ ② $k = 1$ ③ $k > 1$
④ $k < 1$ ⑤ $k > -1$

해설

$$\begin{aligned} D &= 2^2 - 4k = 4(1 - k) \\ D < 0 \text{ 일 때, 근이 없으므로} \\ 4(1 - k) &< 0 \\ \therefore k &> 1 \end{aligned}$$

16. 이차방정식 $3x^2 - 9x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{a}{3}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \frac{2a}{3} = 5$$

$$\therefore a = 6$$

17. 이차방정식 $x^2+4x-12=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

- ① -12 ② -6 ③ 8 ④ 4 ⑤ -4

해설

근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 -4이다.

18. 이차방정식 $x^2 + 3x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $(\alpha + \beta)^2 = 9$

② $\alpha + \beta + \alpha\beta = 9$

③ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = 21$

⑤ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{1}{12}$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 6$$

$$\textcircled{1} (\alpha + \beta)^2 = (-3)^2 = 9$$

$$\textcircled{2} \alpha + \beta + \alpha\beta = (-3) + 6 = 3$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{4} \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= (-3)^2 - 2 \times 6 = -3$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2}$$

$$= \frac{-3}{36} = -\frac{1}{12}$$

19. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $2 + 2\sqrt{2}$

② 4

③ $4\sqrt{2}$

④ -6

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \times (-1)}{-1} = -6$$

20. 이차방정식 $x^2 + x - 5 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근일 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -1 , 두 근의 곱은 -5

따라서 $-1, -5$ 가 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다.

$$-m = (-1) + (-5) = -6, n = (-1) \times (-5) = 5$$

$$m = 6, n = 5$$

$$\therefore m + n = 11$$

21. 이차방정식 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $(m-n)^2$ 의 값은?

- ① -6 ② 0 ③ 3 ④ 18 ⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터

$$m + n = -3, mn = -3$$

$$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn = 9 + 12 = 21$$

22. 두 근이 $\frac{1}{2}$, -1 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 에서 $m + n$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) &= 0 \\ 2x^2 + x - 1 &= 0 \\ m = 1, n = -1 \\ \therefore m + n &= 0 \end{aligned}$$

23. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 -4 이고, 다른 한 근이 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = -4$ 를 $x^2 + x + a = 0$ 에 대입하면
 $16 - 4 + a = 0$, $a = -12$ 이다.
 $x^2 + x - 12 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$
 $x = 3$ 을 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 에 대입하면
 $b = -16$ 이다.
 $\therefore a - b = -12 + 16 = 4$

24. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$
양변에 2 를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

25. 두 근이 $1 + \sqrt{3}$, $1 - \sqrt{3}$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 + 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x - 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -2
 $\therefore x^2 - 2x - 2 = 0$

26. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

27. 이차방정식 $x - \frac{x^2 + 1}{2} = 0.4(x - 1)$ 의 두 근의 곱은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$10x - 5x^2 - 5 = 4(x - 1)$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 5}}{-5} = \frac{-3 \pm 2}{-5}$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{두 근의 곱} : \frac{1}{5}$$

28. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다. 따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

29. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

30. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

31. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 - k = 0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$

② $k > -\frac{17}{4}$

③ $k = -\frac{17}{4}$

④ $k < -\frac{17}{4}$

⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

32. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는 a 의 값은?

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

33. 이차방정식 $x^2 - 4x + 24 = kx$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x^2 - (k+4)x + 24 = 0$
두 근을 각각 $2\alpha, 3\alpha$ 라 하면 근과 계수의 관계에서
두 근의 합 $2\alpha + 3\alpha = 4 + k \cdots \text{㉠}$
두 근의 곱 $6\alpha^2 = 24, \alpha = \pm 2$
 $\alpha = \pm 2$ 를 ㉠에 대입하면 $k = -14, 6$
 $\therefore k = 6$ ($\because k > 0$)

34. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는 a 의 값은?

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x-2k)(x-3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

35. $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, m 의 값은?(단, m 은 정수)

- ① -2 ② 0 ③ $\frac{4}{3}$ ④ 3 ⑤ 2

해설

두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을 각각 $2k, 3k$ 라 놓자.

두 근의 합 $m + 2 = 2k + 3k$

$\therefore m = 5k - 2 \dots \textcircled{1}$

두 근의 곱 $2m = 2k \times 3k$

$\therefore 2m = 6k^2 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 의 식을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$5k - 2 = 3k^2$$

$$3k^2 - 5k + 2 = 0$$

$$(3k - 2)(k - 1) = 0$$

$$\therefore k = 1$$

$$\therefore m = 3$$

36. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때, ab 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b 이다.

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$$

한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은

$$(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

소연이 풀 식은

$$\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$$

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b =$

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$$

소희가 풀 식은

$$\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$$

소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는

$$a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$$

따라서, 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\therefore ab = 4$$

37. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

38. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

이차항의 계수가 2 이므로 $2x^2 + 2x - 8 = 0$

39. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5인 이차방정식은?

① $5x^2 + x - 3 = 0$

② $5x^2 - x - 3 = 0$

③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$

④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$$

40. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,

이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

41. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x-1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$

⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

42. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{2}$ ② $-3 \pm \sqrt{2}$ ③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$
④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$ ⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$
이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면
 $x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$
 $2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면
판별식이 0 이 되어야 하므로
 $(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$
 $k^2 + 6k - 63 = 0$
 $\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$
 $\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$

43. $kx^2 - 4x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 - 3x - (2k+1) = 0$ 의 근의 합은?

- ① -3 ② -2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 4k = 0$$

$$k = 1$$

$$-x^2 - 3x - 3 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\left(\frac{-3}{-1}\right) = -3$ 이다.

44. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식

$(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

② $x=p$ 또는 $x=q$

③ $x=p$ 또는 $x=-q$

④ $x=-p$ 또는 $x=q$

⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2 + (p+q)x + (pq-k) = 0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -(p+q), \quad \alpha\beta = pq - k$$

방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta + k = 0$$

$$\therefore x^2 + (p+q)x + pq = 0 \quad (\because 1)$$

인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$ 이다.

45. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 의 두 근이 3, -2 일 때, 이차방정식 $bx^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?
(단, a, b 는 상수)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

이차방정식 $2x^2 + ax + 3b = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{a}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{3b}{2}$

$$3 + (-2) = -\frac{a}{2}, \quad 3 \times (-2) = \frac{3b}{2}$$

$$\therefore a = -2, \quad b = -4$$

이차방정식 $-4x^2 + 5x - 2 = 0$ 에서

두 근의 곱은 $\frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ 이다.