1. 다음 중에서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것을 모두 찾으면?

① $y = 2x^3 - 2x$
② $y = x(x+2)$
③ $y = \dfrac{4}{x^2}$
④ $y = (x+1)(x-2)$
⑤ $y = (x-1)^2 - (x-2)^2$

해설

①$y = 2x^3 - 2x$ 는 삼차함수이다.

③ $y = \dfrac{4}{x^2}$ 는 분수함수이다.

⑤ $y = (x-1)^2 - (x-2)^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

2. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y=(x-1)(x+1)$ ② $y=(2x+1)^2-4x^2$

③ $y=\left(\dfrac{3}{x-3}\right)^2$ ④ $y=(x+1)^2-x^2$

⑤ $y=(2x-2)^2+x^2$

해설

②는 정리하면 $y=4x+1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y=2x+1$ 이므로 일차함수이다.

3. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

① 지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y

② 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y

③ 윗변의 길이가 $2x$, 아랫변의 길이가 $3x$, 높이가 3 인 사다리꼴의 넓이 y

④ 밑변의 반지름의 길이가 x , 높이가 10 인 원뿔의 부피 y

⑤ 시속 $x$km 로 3시간 동안 달린 거리 y

해설

① $y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \pi$ 이므로 이차함수이다.

② $y = x^2$ 이므로 이차함수이다.

③ $y = \frac{3}{2}(2x + 3x)$ 이므로 이차함수가 아니다.

④ $y = \frac{10}{3}x^2\pi$ 이므로 이차함수이다.

⑤ $y = 3x$ 이므로 이차함수가 아니다.

4. 함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a^2 + a + 1 = 3$
$a^2 + a - 2 = 0$
$(a + 2)(a - 1) = 0$
$a = -2$ 또는 $a = 1$
$\therefore a > 0$ 이므로 $a = 1$

5. 이차함수 $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, $\mathbf{R}$은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1,\ 2a^2 - 4a + 2 = 0,\ a^2 - 2a + 1 = 0,\ (a-1)^2 = 0$

$\therefore\ a = 1$

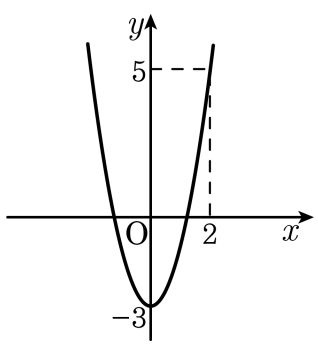
6. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1)\ f(2)$ 의 값은?

① 9 ② −9 ③ 10 ④ −10 ⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2)+2f(1)\cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

7. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



① $(1,\ -2)$ ② $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$ ③ $(-1,\ 1)$

④ $(-2,\ -5)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3},\ -\frac{25}{9}\right)$

해설

점 $(2,\ 5)$ 를 지나므로 $x = 2,\ y = 5$ 를 대입하면

$5 = 4a - 3,\ 4a = 8,\ \ a = 2 \ \ \therefore\ y = 2x^2 - 3$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함숫값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $\left(-\frac{1}{3},\ -\frac{25}{9}\right)$ 를 지난다.

8. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 27)$ 을 지나므로
$27 = a(-3)^2,\ a = 3$

9. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면?

① $a = 4, b = -6$ ② $a = -4, b = -6$

③ $a = 4, b = -8$ ④ $a = 6, b = -6$

⑤ $a = 6, b = -8$

해설

점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.
$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1,\ 3)$, $(k,\ 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단,$k < 0$)

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1,\ 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.
따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k,\ 12)$ 를 지나므로
$12 = 3 \times k^2$, $k^2 = 4$
따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

11. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1,\ -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a,\ -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b,\ -27)$ 을 지날 때, $b-a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1,\ -3)$ 을 지나므로
$-3 = a \times (1)^2,\ \ a = -3 \ \ \therefore y = -3x^2$
점 $(m,\ -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2,\ \ m^2 = 9 \ \ \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로
$a = -3,\ b = 3$
따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

12. y 가 x^2 에 비례하고, $x=3$ 일 때, $y=3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y=ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$y=ax^2$

$3=9a$

$\therefore a=\frac{1}{3}$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$
④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

14. 다음 보기 중 $y = 2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$
④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = x^2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 $(b,\ c)$ 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

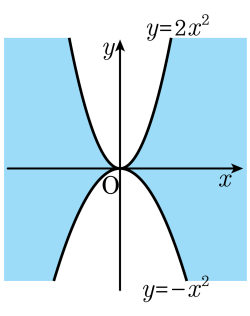
$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore\ c = -\frac{9}{2}$

16. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 <u>않은</u> 것을 고르면?

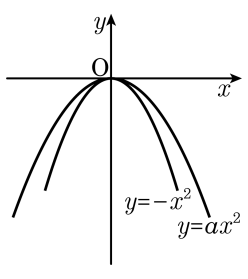


① $y = \frac{3}{2}x^2$ ② $y = -\frac{3}{2}x^2$
③ $y = \frac{1}{2}x^2$ ④ $y = -\frac{1}{2}x^2$
⑤ $y = x^2$

해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2 보다 작은 그래프
$a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1 보다 작은 그래프
두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

17. $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 a 의 값의 범위는 $2m < a < n$ 일 때, $m + n$ 의 값은?



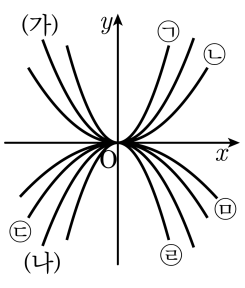
① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$-1 < a < 0 \quad \therefore m = -\frac{1}{2}, n = 0$

$\therefore m + n = -\frac{1}{2}$

18. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2$ …(가), $y = -x^2$ …(나)이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?



① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉤ ⑤ ㉣

해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡이다.

19. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.

② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

④ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 1)$ 이다.

⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

① 직선 $x = 0$을 축으로 한다.
④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

20. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

② 꼭짓점의 좌표는 $\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$ 이다.

③ $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

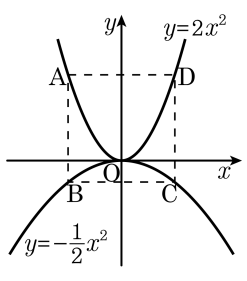
④ 아래로 볼록하다.

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
이에 따라 살펴보면 ①, ②, ④는 옳지 않다.
③에서 위로 볼록하므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

21. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$\mathrm{B}\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right)$, $\mathrm{C}\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$

$\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a$, $5a^2 = 4a$

$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$