

1. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 f 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$

② $(2, 2)$

③ $(2, 0)$

④ $(-2, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

$$(1+a, 2+b) = (-1, 4)$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 2$$

$$\therefore (x+2, y+2) = (0, 0)$$

$$\Rightarrow x = -2, \quad y = -2$$

$$\Rightarrow (-2, -2)$$

2. 점 $A(2, 1)$ 를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점이 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

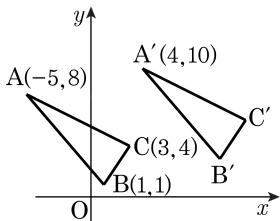
④ 7

⑤ 8

해설

$$(2 - 1, 1 + 4) = (a, b) \text{ 따라서 } a + b = 6$$

3. 다음 그림의 삼각형 $A'B'C'$ 은 삼각형 ABC 를 평행이동한 도형이다. 두 점 B', C' 을 지나는 직선의 방정식이 $ax + by = 24$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)



- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle A'B'C'$ 는 $\triangle ABC$ 를 x 축 방향으로 9 만큼, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 도형이므로 $B'(10, 3)$, $C'(12, 6)$ 이다.

두 점 B', C' 를 지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{6 - 3}{12 - 10}(x - 10)$$

$$3x - 2y = 24,$$

$$\therefore a + b = 1$$

4. 점 $P_1(1, 2)$ 를 점 $P_2(-1, 4)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(0, 0)$

② $(1, 1)$

③ $(4, 0)$

④ $(4, -4)$

⑤ $(1, 2)$

해설

주어진 평행이동은 x 축 방향으로 -2 , y 축 방향으로 $+2$ 만큼 평행이동하므로 $(2 - 2, -2 + 2) = (0, 0)$ 으로 이동한다.

5. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P 가 점 $A(6, 5)$ 에서 출발하여 어떤 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 횟수는?

㉠ $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.

㉡ $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

㉢ $y > 2x$ 이면 y 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

① 4회

② 5회

③ 6회

④ 7회

⑤ 8회

해설

$(6, 5) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (4, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (2, 5) \rightarrow (2, 4)$

$\therefore$ 5 회 이동한다.

6. 도형 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 1 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$

② $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 5$

③ $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 5$

④ $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 5$

⑤ $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 5$

해설

$$x-2 = x' \quad y+1 = y'$$

라 하고 주어진 식에 대입한다.

$$\Rightarrow (x' + 2 + 1)^2 + (y' - 1 - 2)^2 = 5$$

$$\Rightarrow (x' + 3)^2 + (y' - 3)^2 = 5$$

$$\Rightarrow (x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 5$$

7. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 을 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 원의 방정식을 구하여라.

① $(x+2)^2 + (y+1)^2 = r^2$

② $(x-1)^2 + (y+2)^2 = r^2$

③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = r^2$

④ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = r^2$

⑤ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$

해설

원 $x^2 + y^2 = r^2 \dots$ ①

위의 임의의 점 $P(x, y)$ 를 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 점을 $P(x', y')$ 이라 하면

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' - 3 \end{cases} \dots \text{②}$$

②를 ①에 대입하면 $(x' - 2)^2 + (y' - 3)^2 = r^2$

점 $P(x', y')$ 는 평행이동한 원 위의 임의의 점이므로
구하는 방정식은 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ 이다.

8. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$ 를 얻었다. 이 때, 상수 c 의 값은?

① 3

② 5

③ 6

④ 9

⑤ 16

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 변형하면

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$$

이 원이 평행이동하여 $x^2 + y^2 = c$ 가 되려면 $c = 5$

9. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 이동한 결과는 $x + 2y + a = 0$ 이다. 이 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

f 는 x 축의 방향으로 $+2$, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하는 변환이므로 $(x - 2) + 2(y + 3) - 3 = 0$ 으로 이동한다. 따라서 $a = 1$

10. 점 $(1, 2)$ 를 점 (a, b) 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
 $(x-m)+2(y-n)-1=0$, $x+2y-m-2n-1=0$ 을
 $x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,

$$-m-2n=-3 \cdots \textcircled{7}$$

점 $(1, 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
 $(1+m, 2+n)$

$$\Rightarrow 1+m=a, \quad 2+n=b$$

$$\Rightarrow a+2b=m+1+4+2n=8$$

$$(\because \textcircled{7} \text{에서 } m+2n=3)$$

11. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 직선 $y = x + 3$ 과 접하게 될 때, 양수 m 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{2} + 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} - 1$

⑤ $2\sqrt{2} - 1$

해설

$x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$$(x - m)^2 + (y - 2)^2 = 1 \dots\dots \textcircled{1}$$

①이 직선 $x - y + 3 = 0$ 과 접하므로

점 $(m, 2)$ 와 직선 $x - y + 3 = 0$ 사이의 거리가 1 이다.

$$\frac{|m - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 1$$

이것을 풀면 $m = -1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore m = -1 + \sqrt{2}$ ($\because m > 0$)

12. 직선 $y = ax + b$ 를 평행 이동 $g : (x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여 이동하였더니, 직선 $y = 3x + 4$ 와 y 축 위의 점에서 직교하였다. $a + b$ 의 값은 ?

① 6

② $\frac{19}{3}$

③ $\frac{20}{3}$

④ 7

⑤ 8

해설

직선이 g 에 의하여 평행이동하면

$$y + 3 = a(x - 2) + b \text{에서 } y = ax - 2a + b - 3 \cdots \textcircled{1}$$

① 이 직선 $y = 3x + 4$ 와 y 축 위의 점에서

직교하므로 $3a = -1$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}$$

또, y 축 위에서 직교하므로 y 절편이 같다.

$$-2a + b - 3 = 4 \text{에서 } \frac{2}{3} + b - 3 = 4$$

$$\therefore b = 4 + \frac{7}{3} = \frac{19}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{18}{3} = 6$$

13. 원 $x^2 + (y-1)^2 = 36$ 의 넓이를 이등분하는 직선 $y = mx + n$ 을 x 축의 방향으로 1만큼 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 원 $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 49$ 의 넓이를 이등분하였다. 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

원의 넓이를 이등분하려면

원의 중심을 지나야 하므로

$y = mx + n$ 은 점 $(0, 1)$ 을 지난다.

$$1 = n \cdots \textcircled{7}$$

직선 $y = mx + n$ 를 x 축의 방향으로 1만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$y - 2 = m(x - 1) + n$ 이 직선이

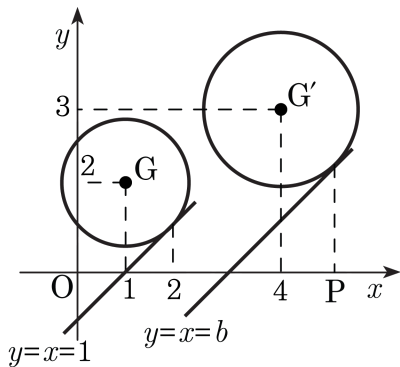
점 $(4, -3)$ 을 지나므로

$$-5 = 3m + n \cdots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧을 연립하여 풀면 $m = -2, n = 1$

$$\therefore m + n = -2 + 1 = -1$$

14. 다음 그림과 같이 같은 크기의 두 원 $G : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$, $G' : (x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$ 가 있다. 또, 원 G 는 $x=2$ 에서 직선 $y=x-1$ 에 접하고, G' 은 $x=p$ 에서 직선 $y=x-b$ 에 접하고 있다. 이 때, $p+b$ 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

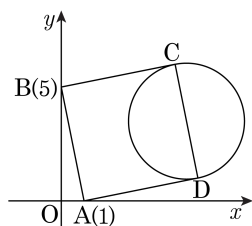
해설

원 G' 은 원 G 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고, 원 G 의 접점의 좌표는 (2, 1)이므로 원 G' 의 접점의 좌표는 (5, 2)이다.

따라서, $p=5$ 이고, 점 (5, 2)는 직선 $y=x-b$ 위의 점이므로 $2=5-b$ 에서 $b=3$

$\therefore p+b=5+3=8$

15. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 제 1 사분면에 정사각형 ABCD 가 있다. A(1,0), B(0,5) 일 때, 변 CD 를 지름으로 하는 원의 방정식은?



- ① $\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ② $\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ③ $\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ④ $\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$
 ⑤ $\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$

해설

정사각형이므로,

B $\rightarrow$ A : x 축으로 1, y 축으로 -5 이면

A $\rightarrow$ D : x 축으로 5, y 축으로 1 을 이동한다.

$\therefore$ D(6,1)

마찬가지로 적용하면, C = (5,6)

$\therefore$ 원의 중심 : $\left(\frac{6+5}{2}, \frac{6+1}{2}\right) = \left(\frac{11}{2}, \frac{7}{2}\right)$

반지름은 $\frac{\sqrt{1^2 + 5^2}}{2}$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$$