

1. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

2. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 $A(4, 6)$, $B(-2, 2)$ 이고, 무게중심이 $G(1, 3)$ 일 때 꼭짓점 C 의 좌표는?

① $(-1, 1)$

② $(1, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $(-1, -1)$

⑤ $(1, 2)$

해설

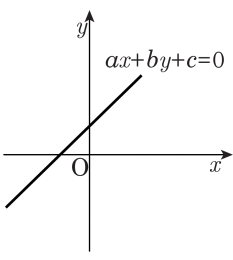
무게중심 구하는 공식을 이용한다.

점 $C(x, y)$ 라 하면,

$$G = \left(\frac{4 + (-2) + x}{3}, \frac{6 + 2 + y}{3} \right) = (1, 3)$$

$$\therefore x = 1, y = 1$$

3. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

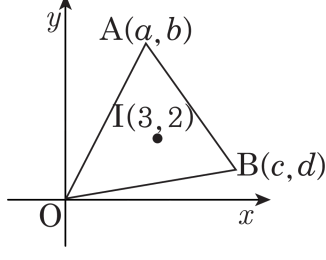


- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로
주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$
y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$
두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$
마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,
기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$
y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$
이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

4. 그림과 같이 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(c, d)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 내심 I 의 좌표가 $(3, 2)$ 이다. $\overline{OA} = \overline{OB}$ 일 때, $\frac{3c+2d}{3a+2b}$ 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{2}{3}$
 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ 알 수 없다

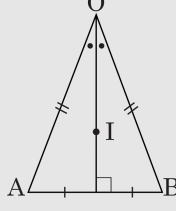
해설

$\triangle OAB$ 가 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\angle AOI = \angle BOI$ 이므로
 $\overline{OI}$ 는 $\overline{AB}$ 와 수직이다.

$\overline{OI}$ 의 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \frac{b-d}{a-c} &= -\frac{3}{2} \\ \therefore 3a+2b &= 3c+2d \\ \therefore \frac{3c+2d}{3a+2b} &= 1 \end{aligned}$$



5. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

6. 방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$ 이 나타내는 원의 중심이 $(-2, -3)$ 일 때, 상수 A, B 의 값과 반지름의 길이를 바르게 나열한 것은?

① 2, 3, $\sqrt{2}$

② 3, 7, 5

③ 4, 4, $\sqrt{9}$

④ 4, 6, $\sqrt{13}$

⑤ 5, 9, 11

해설

중심이 $(-2, -3)$ 이고 반지름의 길이가

r 인 원의 방정식은

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - r^2 = 0$$

이것이 $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$ 과 일치해야 하므로

$$A = 4, B = 6, 13 - r^2 = 0$$

$$13 - r^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$r = \sqrt{13} \quad (\because r > 0)$$

따라서, $A = 4, B = 6$ 이고

반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ 이다.

7. 두 원 $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$, $x^2 + y^2 - 4y = 0$ 의 공통현의 방정식은?

① $x - 5y + 4 = 0$

② $4x - 3y + 4 = 0$

③ $3x - 3y + 4 = 0$

④ $x - y + 4 = 0$

⑤ $2x - y + 1 = 0$

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 - (x^2 + y^2 - 4y) = 0$$

$$2x - 2y + 8 = 0$$

$$\therefore x - y + 4 = 0$$

8. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 의 값의 범위는?

① $-2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$

② $-3\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$

③ $-4\sqrt{5} < k < 4\sqrt{5}$

④ $k < -\sqrt{5}$ 또는 $k > \sqrt{5}$

⑤ $k < -2\sqrt{5}$ 또는 $k > 2\sqrt{5}$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 2 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 2 \quad \therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$$

9. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$

② $y = -x \pm 3$

③ $y = -x \pm 4$

④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$

⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로

$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$ 에서

$y = -x \pm 2\sqrt{1+1}$

$\therefore y = -x \pm 2\sqrt{2}$

10. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 직선의 방정식은?

① $x + 2y - 5 = 0$ ② $x + 2y - 4 = 0$ ③ $x + 2y - 2 = 0$

④ $x + 2y - 1 = 0$ ⑤ $x + 2y + 1 = 0$

해설

x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼

평행이동하므로

$(x - 2) + 2(y + 3) - 3 = 0$ 으로 이동한다.

11. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
(ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
(i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

12. 방정식 $\sqrt{x^2+4x+4}-|x-4|<0$ 의 해를 구하면?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 0$

④ $x < 1$

⑤ $x > 1$

해설

$$|x+2|-|x-4|<0$$

㉠ $x < -2$

$$-(x+2)+(x-4)<0$$

$$0 \cdot x - 6 < 0 \text{ 항상 성립}$$

$$\therefore x < -2$$

㉡ $-2 \leq x < 4$

$$(x+2)+(x-4)<0, x < 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

㉢ $x \geq 4$

$$x+2-x+4<0 \text{ 해가 없다.}$$

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\therefore x < 1$

13. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$ 을 풀면?

- ① $-5 < x < 5$ ② $-5 < x < 0$ ③ $-5 < x < 1$
④ $-1 < x < 5$ ⑤ $-1 < x < 6$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

$$x^2 - 4x - 5 < 0, (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$-1 < x < 5$$

이 때 $x \geq 0$ 과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 4x - 5 < 0, (x + 5)(x - 1) < 0$$

$$-5 < x < 1$$

이 때 $x < 0$ 과 공통 범위는 $-5 < x < 0$

(i), (ii)에서 $-5 < x < 5$

14. 아래에서 ㉠ ~ ㉣의 ()안에 들어갈 부등호를 순서대로 적으면?

모든 실수 x 에 대하여

[I] 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 이

항상 성립할 조건은

$a(㉠)0$ 이고 $b^2 - 4ac(㉡)0$ 이다.

[II] 이차부등식 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 이

항상 성립할 조건은

$a(㉢)0$ 이고 $b^2 - 4ac(㉣)0$ 이다.

- ① $>, <, <, \geq$ ② $>, >, <, \leq$ ③ $>, <, \leq, \leq$
- ④ $>, >, \leq, \leq$ ⑤ $>, <, <, \leq$

해설

모든 실수 x 에 대하여

[I] 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 이

항상 성립할 조건은

$a(>)0$ 이고 $b^2 - 4ac(<)0$ 이다.

[II] 이차부등식 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 이

항상 성립할 조건은

$a(<)0$ 이고 $b^2 - 4ac(\leq)0$ 이다.

15. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| < 3 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 - 4x - 5 \geq 0 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq 1$

② $x < -2$ 또는 $x \leq 1$

③ $-2 < x \leq -1$

④ $-1 < x \leq 2$

⑤ $-2 < x \leq 3$

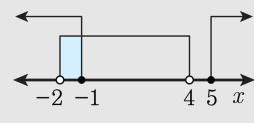
해설

㉠ : $|x-1| < 3$

$\rightarrow -3 < x-1 < 3, -2 < x < 4$

㉡ : $(x-5)(x+1) \geq 0$

$\rightarrow x \leq -1, x \geq 5$



$\therefore -2 < x \leq -1$

16. 이차부등식 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 을 만족하는 모든 x 가 이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 0$ ② $a > 1$ ③ $0 < a < 1$
 ④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a \geq 1$

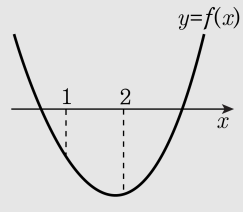
해설

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \text{에서 } (x-1)(x-2) < 0$$

$$\therefore 1 < x < 2$$

이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 이 $1 < x < 2$ 에서 항상 성립해야하므로

$f(x) = x^2 - 2ax + a - 1$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $f(1) \leq 0$, $f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(1) = 1 - 2a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 0 \dots\dots \text{㉠}$$

$$f(2) = 4 - 4a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 1 \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a \geq 1$

17. 세 점 A(2, 2), B(4, 6), C(0, 1)과 좌표평면 위의 임의의 점 P에 대해 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 최솟값과 최솟값일 때의 점 P의 좌표를 구하면?

- ① 61, (0, 0) ② 12, (2, 3) ③ 12, (3, 3)
④ 22, (2, 3) ⑤ 25, (3, 3)

해설

P = (x, y)라 하면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$$

$$= (x-2)^2 + (y-2)^2 + (x-4)^2 + (y-6)^2 + x^2$$

$$+ (y-1)^2 = 3(x-2)^2 + 3(y-3)^2 + 22$$

∴ 최솟값은 P가 (2, 3)일 때 22이다.

18. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 1)$, $B(5, 3)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 를 최소가 되게 하는 x 축위의 점 P 의 좌표는?

① $(1.5, 0)$

② $(2, 0)$

③ $(2.5, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(3.5, 0)$

해설

점 A 를 x 축에 대해 대칭 이동시키면 새로운 점 $A'(1, -1)$ 와 점 B 를 지나는 직선의 방정식은 $y = x - 2$ 가 된다. 이때 이 직선을 지나는 x 축 위의 점은 $(2, 0)$ 이다.

19. 원점 O와 두 정점 A(2, 3), B(4, 0)에 대하여 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

② $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 29 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 29 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 29 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 29 = 0$

해설

P의 좌표를 P(x, y)라 하면

$\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 이므로

$$x^2 + y^2$$

$$= \{(x-2)^2 + (y-3)^2\} + \{(x-4)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$$

20. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y = x$

② $y = \frac{1}{2}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = \frac{1}{4}x$

⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

P(x, y) 라 하면,

(i) $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4 + 1}}$$

(ii) $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로 $|2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$

$\therefore 2x - y - 1 = \pm(x + 2y - 1)$

즉, $x - 3y = 0$, $3x + y - 2 = 0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x - 3y = 0$

$\therefore y = \frac{1}{3}x$

21. 중심이 C(1, 2)이고, 직선 L : $x + 2y = 0$ 에 접하는 원의 반지름을 r 이라 할 때 r^2 은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

중심에서 접선까지의 거리가 원의 반지름과 같으므로

$$\text{반지름은 } \frac{|1 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

∴ 구하는 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore r^2 = 5$$

- 22.** 이차방정식 $x^2 + y^2 = 2|x|$ 과 $x^2 + y^2 = 2|x+y|$ 의 공통근의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$x^2 + y^2 = 2 |x| \cdots \textcircled{7}$$

$$x^2 + y^2 = 2 |x + y| \cdots \textcircled{L}$$

㉠)과 ㉡)에서 $2 \mid x \Rightarrow 2 \mid x + y$

$$\therefore x + y = \pm x$$

$$\therefore y = 0 \text{ 또는 } y = -2x \cdots \textcircled{c}$$

㉠과 ㉡의 교점의 개수는 다음 그림

에서 5개이다.

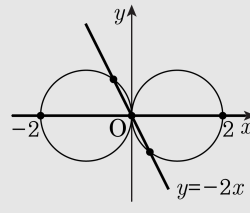
실제로, 교점을 구하면

$(0, 0), (\pm 2, 0),$

$$\left(\pm \frac{2}{5}, \mp \frac{4}{5}\right)$$

(복부호동순)

(복부호동순)



23. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 에 의해 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 이동하였더니 원점에서 원의 중심까지의 거리가 5 가 되었다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 는
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
4 만큼 평행이동하는 것이므로
원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동하면 원의 중심
(0, 0) 은 $(a, 4)$ 로 옮겨진다.
이 때, 두 점 (0, 0) 과 $(a, 4)$ 의 거리가 5 이므로
 $\sqrt{a^2 + 4^2} = 5$
위의 식의 양변을 제곱하면
 $a^2 + 16 = 25, a^2 = 9$
그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

24. 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 관하여 점 $P(5, 3)$ 과 대칭인 점을 $Q(a, b)$ 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 7$

해설

$x - y + 2 = 0$ 에 관하여 점 $P(5, 3)$ 과 대칭인 점을 $Q(a, b)$ 라면

$\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$ 이

직선 위에 있으므로 대입하면

$$\frac{a+5}{2} - \frac{b+3}{2} + 2 = 0$$

$$\rightarrow a - b + 6 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

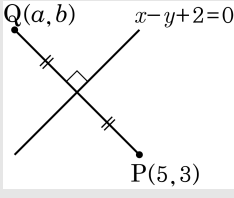
($\overline{PQ}$ 의 기울기) $\times 1 = -1$ 이므로

($\because \overline{PQ}$ 와 직선이 수직)

$$\frac{b-3}{a-5} \times 1 = -1 \rightarrow a + b - 8 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 1, b = 7$

$\therefore ab = 7$



25. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = x$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 할 때, $\overline{BM} = 7$, $\overline{AM} = 1$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

파포스의 정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \text{ 이므로}$$

$$8^2 + x^2 = 2(7^2 + 1^2)$$

$$\therefore x = \pm 6$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 6$$