1. 다음 ☐ 안에 알맞게 써넣어라.

> 다항식의 곱을 괄호를 풀어 단항식의 합 또는 차로 나타내는 것을 ☐라고 하고, 이 때 전개한 식을 ☐이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 전개한다

▷ 정답 : 전개식

해설

다항식의 곱을 단항식의 합 또는 차로 나타내는 것을 '전개한다'라고 하고, 이때 전개한 식을 '전개식'이라고 한다.

2. 다음 중 $(a \pm b)^2$ 의 형태로 인수분해되는 것은?

① $x^2 + x + \frac{1}{4}$　② $x^2 + 8xy - 16y^2$

③ $4x^2 + 6x + 9$　④ $x^2 + 16$

⑤ $2x^2 - 10xy + 2y^2$

해설

$a^2 \pm 2 \times a \times b + b^2 = (a \pm b)^2$

① $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

3. 다음 중 인수 분해가 올바른 것을 모두 고르면?

① $x^2-3x-4=(x-1)(x+4)$

② $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$

③ $x^2-8xy-20y^2=(x-2)(x+10y)$

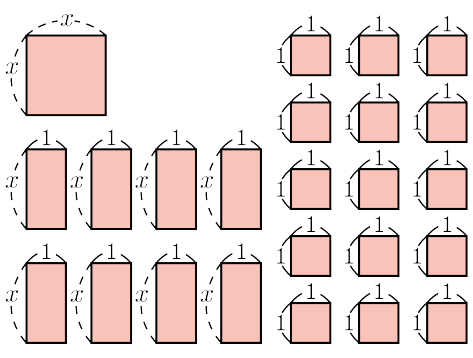
④ $x^2+13xy+22y^2=(x+2y)(x+11y)$

⑤ $x^2+5xy-6y^2=(x+y)(x-6y)$

해설

① $(x+1)(x-4)$
③ $(x+2y)(x-10y)$
⑤ $(x-y)(x+6y)$

4. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형이 1 개, 가로의 길이가 1 이고 세로의 길이가 x 인 직사각형이 8 개, 한 변의 길이가 1 인 정사각형이 15 개가 있다. 이 도형들로 하나의 직사각형을 만들 때, 가로 길이와 세로 길이의 차를 구하여라. (단, 큰 길이에서 작은 길이를 뺀다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + 8x + 15 = (x+5)(x+3)$

$\therefore\ (x+5) - (x+3) = 2$

5. 가로가 $3a-11$, 넓이가 $27a^2-102a+11$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $24a-24$

해설

$27a^2-102a+11=(3a-11)(9a-1)$
따라서 둘레의 길이는 $\{(3a-11)+(9a-1)\}\times 2 = 24a-24$
이다.

6. 이차방정식 $(3x-4)^2-2(x-3)^2=0$ 을 x^2 의 계수가 7인 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$(3x-4)^2-2(x-3)^2=0$
$9x^2-24x+16-2x^2+12x-18=0$
$7x^2-12x-2=0$
$a=7,\ b=-12,\ c=-2$
$\therefore ac-b=-14+12=-2$

7. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 3,\ x = -2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+2) &= x^2 - x - 6 \\ &= x^2 + ax + b = 0\end{aligned}$$

$a = -1,\ b = -6$

$\therefore\ a + b = -7$

8. 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 5$ 또는 $x = -3$ ② $x = -5$ 또는 $x = 3$

③ $x = 15$ 또는 $x = 1$ ④ $x = -3$ 또는 $x = -5$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = -3$

해설

$x^2 - 2x - 15 = 0$
$(x + 3)(x - 5) = 0$
$\therefore\ x = 5$ 또는 $x = -3$

9. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

① $x=4$(중근)　② $x=6$(중근)

③ $x=8$(중근)　④ $x=2$ 또는 $x=8$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=4^2+a=0,\ a=-16$

$x^2-16x+64=0$

$(x-8)^2=0$

$\therefore\ x=8$(중근)

10. 이차방정식 $3x^2+3x-1=0$ 의 두 근을 α,β 라 할 때, $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

$\alpha+\beta=-1, \alpha\beta=-\frac{1}{3}$ 이다.

$\therefore \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-1}{-\frac{1}{3}}=3$

11. 다음 식 a^2-64를 인수분해하면?

① $(a+8)(a-8)$ ② $(a+32)(a-2)$

③ $(a+32)(a-32)$ ④ $(a+8)(a+8)$

⑤ $(a+16)(a-4)$

해설

$a^2-64=a^2-8^2=(a+8)(a-8)$

12. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $x^2 - 25 = (x+5)(x-5)$

② $x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

③ $2x^2 + 7x + 3 = (2x+1)(x+3)$

④ $4x^2 + 4x - 15 = (x-3)(4x+5)$

⑤ $x^2 - 14x + 49 = (x-7)^2$

해설

④ $4x^2 + 4x - 15 = (2x-3)(2x+5)$

13. $x-4$ 가 두 다항식 $x^2+ax+40$, $3x^2-10x+b$ 의 공통인 인수일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 6 ③ 0 ④ −3 ⑤ −6

해설

$x^2+ax+40=(x-4)(x-10)$
$\therefore a=-14$
$3x^2-10x+b=(x-4)(3x+2)$
$\therefore b=-8$
$\therefore a-b=-14-(-8)=-6$

14. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$x^2+2xy+y^2-1$$
$$=(x+y)^2-1 \quad \text{㉠}$$
$$=(x+y+1)(x+y-1) \quad \text{㉡}$$

보기

(가) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
(나) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(다) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
(라) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

① (가), (나) ② (나), (가) ③ (가), (다)
④ (다), (가) ⑤ (가), (라)

해설

$x^2+2xy+y^2-1$
$=(x+y)^2-1 \rightarrow a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 이용
$=(x+y+1)(x+y-1) \rightarrow (a^2-b^2)=(a+b)(a-b)$

15. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10　② -10　③ 3　④ -3　⑤ -5

해설

$(x-2)(x+5)=0$

$x^2+3x-10=0$

16. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2+12x+36=0$　② $x^2=10x-25$

③ $9-x^2=4(x+3)$　④ $(x+1)(x-1)=2x-2$

⑤ $x^2=4x-4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2=0$의 꼴이 되어야 한다.

① $(x+6)^2=0$

② $(x-5)^2=0$

③ $9-x^2=4(x+3) \leftrightarrow x^2+4x+3=0$

④ $x^2-1=2x-2 \leftrightarrow x^2-2x+1=0 \leftrightarrow (x-1)^2=0$

⑤ $(x-2)^2=0$

17. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$x^2 - 8x + 9 - k = 0$

① -7 ② -2 ③ 7 ④ 17 ⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$

$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$

$\therefore\ k = -7$

18. 이차방정식 $-x^2+2x+8=0$ 의 두 근의 합이 $x^2-2x+a=0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$-x^2+2x+8=0$ 에서 두 근의 합은 2 이다.
$x=2$가 $x^2-2x+a=0$의 근이므로
$2^2-2\times2+a=0$
$\therefore\ a=0$

19. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+20=0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1클 때, 이것을 만족하는 m의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ −1 ⑤ −2

해설

한 근을 a, 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면
근과 계수와의 관계에 의해
두 근의 합 $a+(a+1)=-(m+1)\cdots$ ㉠
두 근의 곱 $a(a+1)=20\cdots$ ㉡
㉡를 풀면 $a=4,\ -5$
$a=4,\ -5$ 를 각각 ㉠에 대입하면
$a=4$ 일 때, $m=-10$
$a=-5$ 일 때, $m=8$
$\therefore (-10)+8=-2$

20. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 -1 과 2 라고 할 때, $bx^2 + cx + 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -9 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 2

해설

$-1 + 2 = -\frac{b}{3}$, $b = -3$

$(-1) \times 2 = \frac{c}{3}$, $c = -6$

$-3x^2 - 6x + 1 = 0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-6)}{-3} = -2$ 이다.

21. 다음 중 $(x+5)^2-2(x+5)-15$ 의 인수인 것은?

① $x+8$ ② $x-5$ ③ $x-1$ ④ $x-7$ ⑤ $x+4$

해설

$x+5=t$로 치환하면

$$\begin{aligned}(x+5)^2-2(x+5)-15 &= t^2-2t-15\\ &= (t-5)(t+3)\\ &= x(x+8)\end{aligned}$$

따라서 인수는 $x, x+8$이다.

22. 다음 식 $ax - ay - bx + by$를 인수분해하면?

① $(x-y)(a-b)$　② $(x-y)(a+b)$

③ $(x+y)(a-b)$　④ $(x+y)(a+b)$

⑤ $-(x-y)(a+b)$

해설

(준식)$= a(x-y) - b(x-y) = (x-y)(a-b)$

23. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x-1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$

⑤ $\dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{4}{3}x + \dfrac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \dfrac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0$, $(x-3)(x+2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

24. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 제곱의 합보다 60 이 작다. 세 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라 하면
$(x+1)^2+60=(x-1)^2+x^2$ 이므로
$x^2+2x+61=2x^2-2x+1$
$x^2-4x-60=0$
$(x+6)(x-10)=0$
따라서 $x=10$ (x 는 자연수)이다.
세 자연수는 9, 10, 11 이다.

25. 지면으로부터 초속 30 m 로 위로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면, $h = 30t - 2t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 100 m 가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인지 모두 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: 초

▷ 정답: 5 초

▷ 정답: 10 초

해설

$100 = 30t - 2t^2$
$2t^2 - 30t + 100 = 0$
$t^2 - 15t + 50 = 0$
$t = 5$ 또는 $t = 10$

26. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답: $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 에서 $(x - 3y)^2 = 0$

$\therefore x = 3y$

$x^2 = 9y^2$ 이므로 $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 에 대입하면

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$

따라서 $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{2}$ 이다.