

1. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (증근)

2. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?

- ①

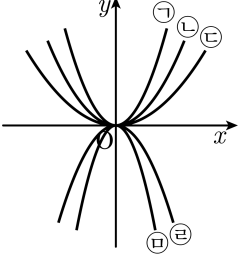
㉠
- ②

㉡
- ③

㉢
- ④

㉣
- ⑤

㉤



해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

3. 다음은 이차함수 $y = 2x^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 아래로 볼록한 포물선이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
 - ③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
 - ④ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
 - ⑤ 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

해설

$y = 2x^2 - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 그래프를 y 축으로 -1 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이고 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

5. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는

$-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

6. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.

㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.

㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.

㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.

㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로
㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)
㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)
㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)
㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)
㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

7. 다음 함수가 이차함수일 때, k 의 값이 될 수 없는 수를 구하여라.

$$y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

주어진 식 $y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$ 를 정리하면 $y = (-3 + k)x^2 - 4k + 2$

이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $-3 + k \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore k \neq 3$

8. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ (1, -2) ㉡ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$ ㉢ (3, -12)
㉣ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ ㉤ (-4, -30)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로

$$2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7, \quad 2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7, \quad -7a = 14, \quad a = -2 \quad \therefore f(x) = -2x^2$$

$$\textcircled{\text{㉠}} f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \quad \therefore (3, -18)$$

$$\textcircled{\text{㉤}} f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \quad \therefore (-4, -32)$$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉣, ㉤의 2 개이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 두 점 $(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 지날 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2 + 1$ 를 x 축, y 축의 방향으로 각각 p , q 만큼 평행이동한 식을

$y = x^2 + ax + b$ 라고 하면

$(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 대입하면

$$1 + a + b = 4, a + b = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$1 - a + b = 12, -a + b = 11 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $a = -4$, $b = 7$

$$y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$$

$$= (x - p)^2 + 1 + q$$

$$p = 2, 1 + q = 3, q = 2$$

$$\therefore p + q = 2 + 2 = 4$$

10. 이차함수 $y = 3(x + 2)^2 - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답 : 제 4사분면

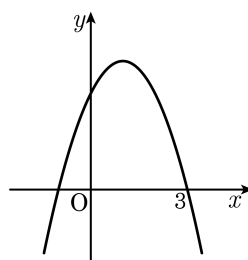
해설

$$\begin{aligned} y &= 3(x+2)^2 - 4 \\ &= 3x^2 + 12x + 8 \end{aligned}$$

아래로 볼록한 모양의 포물선이고,
꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$ 이므로 제 3 사분면 위에 있고,
 y 절편은 8 이므로 제 4 사분면을 지나지 않는다.

11. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6



해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$0 = -9 - 6a + 3, a = -1$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$

$x = 1$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 3$ 이 $x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가질 때, $a - m$ 의 값은?

① -9

② 6

③ 3

④ -3

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 3$$

$x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가지므로

$$a = -3, -a^2 + 3 = m, m = -6$$

$$\therefore a - m = -3 - (-6) = 3$$

13. 가로와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하면?

① 36 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x 라고 두면 세로의 길이는 $12 - x$ 이다.

$$y = x \times (12 - x)$$

$$= -x^2 + 12x$$

$$= -(x^2 - 12x + 36) + 36$$

$$= -(x - 6)^2 + 36$$

따라서 36이 최댓값이다.

14. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ㉠ $\frac{5}{2}$ ㉡ $\frac{15}{2}$ ㉢ $\frac{25}{2}$ ㉣ $\frac{31}{5}$ ㉤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

15. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

16. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

18. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1: 2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a,$

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore a = \pm 1$

19. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

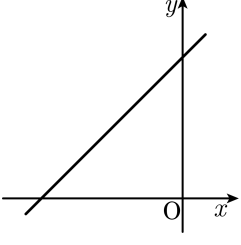
$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 44 \text{이므로}$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

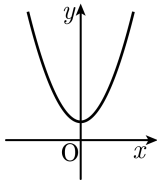
$$(n+9)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 10 \text{ } (\because n > 0)$$

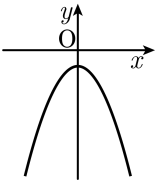
20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



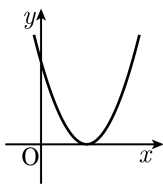
①



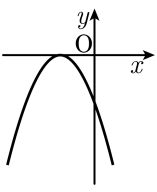
②



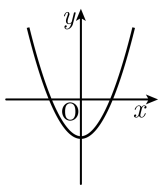
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b > 0$ 이다.

21. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,
 $y = x - 1$ 에서 (3, 2), (-2, -3)을 지나므로,

$a + q = 2, 16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}, q = \frac{7}{3}$ 이므로

$$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

23. $\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하여라.(단, $x^2 + y^2 \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

$\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 에서 양변에 $2xy$ 를 곱하여 정리하면
 $2x^2 - 4xy + 5y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$
이 식을 $(\quad)^2 + (\quad)^2 + (\quad)^2 = 0$ 의 꼴로 고치면
 $x^2 - 4xy + 4y^2 + x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 0$
 $(x-2y)^2 + (x-2)^2 + (y-1)^2 = 0$
따라서 $x = 2, y = 1$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해
 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$ 에 대입하면
 $4 - 8 + k = 0$
 $\therefore k = 4$

25. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm² 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 x cm 라 하면 세로의 길이는 $(12 - x)$ cm
또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12 - x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12 - x) = 32$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\therefore x > 6 \text{ 이므로 } x = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 가로의 길이는 8 cm 이다.