1. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$　　② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$　　④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

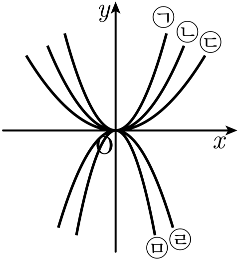
해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax+b)^2 = 0$이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x-3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (중근)

2. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?



① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢

④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

3. 다음은 이차함수 $y = 2x^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.

④ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

⑤ 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

해설

$y = 2x^2 - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 그래프를 y 축으로 -1 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -1)$ 이고 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x-3)^2 + 27$

$a = -3,\ p = 3,\ q = 27$

$a + p + q = 27$ 이다.

5. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x축과의 교점의 좌표를 $(a,\ 0)$, $(b,\ 0)$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
$-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
$x^2 - 8x + 7 = 0$
$(x-7)(x-1) = 0$
$\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
$\therefore a + b = 8$

6. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다. ㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다. ㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다. ㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다. ㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개　② 4개　③ 3개　④ 2개　⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로
㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)
㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)
㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)
㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)
㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

7. 다음 함수가 이차함수일 때, k 의 값이 될 수 <u>없는</u> 수를 구하여라.

$$y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

주어진 식 $y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$를 정리하면 $y = (-3 + k)x^2 - 4k + 2$

이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $-3 + k \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore k \neq 3$

8. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(1,\ -2)$ ㉡ $\left(-\frac{1}{3},\ -\frac{2}{9}\right)$ ㉢ $(3,\ -12)$

㉣ $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{9}{2}\right)$ ㉤ $(-4,\ -30)$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a,\ f(-2) = 4a$ 이므로

$2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7,\quad 2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7,\quad -7a = 14,\quad a = -2 \quad \therefore f(x) = -2x^2$

㉢ $f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \quad \therefore\ (3,\ -18)$

㉤ $f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \quad \therefore\ (-4,\ -32)$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉢,㉤의 2 개이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 두 점 $(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 지날 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2 + 1$ 를 x 축, y 축의 방향으로 각각 p, q 만큼 평행이동한 식을

$y = x^2 + ax + b$ 라고 하면

$(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 대입하면

$1 + a + b = 4, a + b = 3 \cdots$ ㉠

$1 - a + b = 12, \ -a + b = 11 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a = -4, \ b = 7$

$$y = x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$$
$$= (x-p)^2 + 1 + q$$

$p = 2, \ 1 + q = 3, \ q = 2$

$\therefore p + q = 2 + 2 = 4$

10. 이차함수 $y = 3(x+2)^2 - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

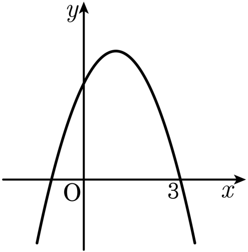
▷ 정답 : 제 4사분면

해설

$$y = 3(x+2)^2 - 4$$
$$= 3x^2 + 12x + 8$$

아래로 볼록한 모양의 포물선이고,
꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -4)$ 이므로 제 3 사분면 위에 있고,
y 절편은 8 이므로 제 4 사분면을 지나지 않는다.

11. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?



① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3,\ 0)$ 을 지나므로

$0 = -9 - 6a + 3,\ a = -1$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$

$x = 1$ 일 때, 최솟값은 4 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 3$ 이 $x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가질 때, $a - m$ 의 값은?

① -9　② 6　③ 3　④ -3　⑤ -6

해설

$y = x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 3$

$x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가지므로

$a = -3, -a^2 + 3 = m,\ m = -6$

$\therefore a - m = -3 - (-6) = 3$

13. 가로의 길이와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를 y라고 할 때, y의 최댓값을 구하면?

① 36 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x 라고 두면 세로의 길이는 $12-x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= x \times (12-x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x-6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 36 이 최댓값이다.

14. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 $x$cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y$cm^2 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8-x)$cm ,
늘어난 세로의 길이는 $(6+2x)$cm 에서

$$\begin{aligned} y &= (8-x)(6+2x) \\ &= 48+10x-2x^2 \\ &= -2\left(x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}\right)+48 \\ &= -2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x=\frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

15. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$ 이므로 $A = -5,\ B = 37$

$\therefore\ A + B = 32$

16. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 개수를 구하면?

① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 존재하지 않는다.

④ 모든 실수에 대해서 만족한다.

⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 $D=b^2-4ac$ 에 $b=-a-c$ 를 대입하면 $D=(-a-c)^2-4ac=a^2-2ac+c^2=(a-c)^2\geq 0$
$a\neq c$, $a-c\neq 0$ 이므로 $(a-c)^2>0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다.
$m + n$ 의 값은?

① 1　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{5}{3}$　④ 2　⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$

서로 다른 두 근을 가지므로

$a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$

$(3a - 2)(a + 2) < 0$

$-2 < a < \frac{2}{3}$

그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로

$-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$

$\therefore m + n = \frac{4}{3}$

18. 이차방정식 $x^2-3ax+2=0$ 의 두 근의 비가 $1:2$ 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=1$

▷ 정답 : $a=-1$

해설

$x^2-3ax+2=0$ 의 두 근을 $t,\ 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t\times 2t=2$, $t=\pm 1$

$t+2t=3t=3a$,

$t=-1$ 일 때 $a=-1$

$t=1$ 일 때 $a=1$

$\therefore\ a=\pm 1$

19. 한 원 위에 $n+1$개의 점을 잡아 $n+1$각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44개 일 때, n의 값은?

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

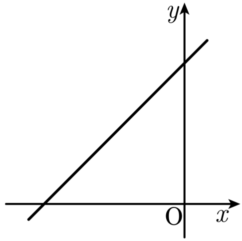
$\dfrac{(n+1)(n-2)}{2}=44$이므로

$n^2-n-90=0$

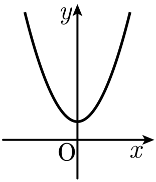
$(n+9)(n-10)=0$

$\therefore n=10\ (\because n>0)$

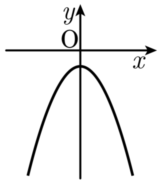
20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



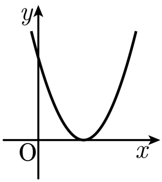
①



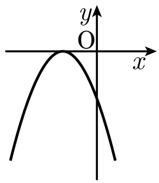
②



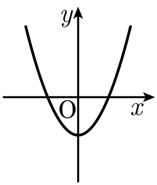
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b > 0$ 이다.

21. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x-3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5 , y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3 , -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 0　　② $\frac{1}{3}$　　③ $\frac{2}{3}$　　④ 1　　⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x-2)^2 + q$ 이고,

$y = x - 1$ 에서 $(3, 2)$, $(-2, -3)$ 을 지나므로,

$a + q = 2$, $16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{3}$ 이므로

$$y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

23. $\frac{5y-2}{2x}+\frac{x-2}{y}+\frac{5}{2xy}-2=0$ 을 만족하는 실수 $x,\ y$ 의 값을 구하여라.(단, $x^2+y^2 \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=2$

▷ 정답 : $y=1$

해설

$\frac{5y-2}{2x}+\frac{x-2}{y}+\frac{5}{2xy}-2=0$ 에서 양변에 $2xy$ 를 곱하여 정리하면

$2x^2-4xy+5y^2-4x-2y+5=0$

이 식을 $(\quad\quad)^2+(\quad\quad)^2+(\quad\quad)^2=0$ 의 꼴로 고치면

$x^2-4xy+4y^2+x^2-4x+4+y^2-2y+1=0$

$(x-2y)^2+(x-2)^2+(y-1)^2=0$

따라서 $x=2,\ y=1$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12　② -4　③ 2　④ 4　⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해
$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
$x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$ 에 대입하면
$4 - 8 + k = 0$
$\therefore k = 4$

25. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로의 길이는?

① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(12-x)$ cm
또, (가로의 길이)> (세로의 길이) 이므로 $x > 12 - x$, 즉 $x > 6$ 이다.
$x(12-x) = 32$
$(x-4)(x-8) = 0$
$x = 4$ 또는 $x = 8$
$\therefore\ x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.
따라서 가로의 길이는 8 cm 이다.