

1. 두 집합 $A = \{x - 2 \mid -4 < x \leq 3\}$, $B = \{x + a \mid -1 \leq x < 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 가 되게 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq a < -3$ ② $-4 < a \leq -3$ ③ $-6 \leq a < -5$
④ $-6 < a \leq -5$ ⑤ $-7 \leq a \leq -5$

해설

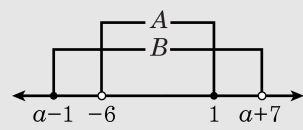
$$-4 < x \leq 3 \text{ 에서 } -6 < x - 2 \leq 1$$

$$\therefore A = \{x \mid -6 < x \leq 1\}$$

$$-1 \leq x < 7 \text{ 에서 } a - 1 \leq x + a \leq 7 + a$$

$$\therefore B = \{x \mid a - 1 \leq x \leq 7 + a\}$$

이때, $A \subset B$ 를 만족하도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$\therefore \text{즉, } a - 1 \leq -6, 7 + a > 1$$

$$\therefore -6 < a \leq -5$$

2. $A = \{a, i, u, e, o\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수는?

- ① 3 개 ② 7 개 ③ 15 개 ④ 31 개 ⑤ 63 개

해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.
따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) -1 (개)가 된다.
따라서 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 1은 반드시 원소로 하고 5는 원소로 하지 않는 부분집합의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$$2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

4. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

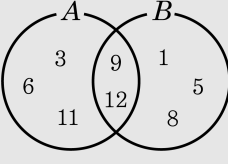
해설

집합 X 는 원소 1, 3, 5, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 B 의 부분 집합이므로
개수는 $2^{10-5} = 2^5 = 32$ (개)

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 5, 8, 9, 12\}$, $A \cap B = \{9, 12\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12\}$ 일 때, 집합 A 는?
- ① $\{2, 4, 6, 7, 8\}$ ② $\{2, 3, 6, 8\}$
③ $\{3, 6, 8, 9, 12\}$ ④ $\{3, 6, 9, 12\}$
⑤ $\{3, 6, 9, 11, 12\}$

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



그러므로 집합 $A = \{3, 6, 9, 11, 12\}$ 이다.

6. 수정이네 반 32명의 학생 중에서 할머니, 할아버지와 함께 사는 학생을 조사해보았다. 할머니와 함께 사는 학생은 12명, 할아버지와 함께 사는 학생은 18명, 할머니와 할아버지 모두 함께 사는 학생은 10명이었다. 할머니나 할아버지와 함께 사는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

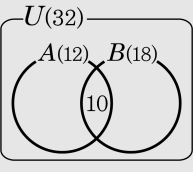
▷ 정답 : 20명

해설

할머니와 함께 사는 학생들의 모임을 A , 할 아버지와 함께 사는 학생들의 모임을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다. 할머니나 할아버지와 함께 사는 학생은 $A \cup B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 12 + 18 - 10 \\ &= 20(\text{명}) \end{aligned}$$

따라서 할머니나 할아버지와 함께 사는 학생은 모두 20명이다.



7. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 5, 8\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$

② $\{5\}$

③ $\{8\}$

④ $\{1, 5\}$

⑤ $\{1, 8\}$

해설

$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 4, 5, 8\} - \{2, 4, 8\} = \{1, 5\}$ 이다.

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 크거나 같고, } 10 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

- ① $\{4, 6\} \subset A$
- ② $\{5, 7\} \subset A$
- ③ $\emptyset \in A$
- ④ $2 \notin A$
- ⑤ $9 \in A$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

- ① $\{4, 6\} \not\subset A$
- ③ $\emptyset \subset A$
- ④ $2 \in A$
- ⑤ $9 \notin A$

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 $1 \in X, 2 \notin X$ 를 만족하는 A 의 진부분집합 X 는 몇 개인가?

① 7개 ② 8개 ③ 15개 ④ 16개 ⑤ 31개

해설

$1 \in X, 2 \notin X$ 이므로 $\{3, 4, 5\}$ 의 진부분집합 개수와 같다.

원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합 수 : 2^n

$\therefore 2^3 = 8$ (개)

* 주의 : 이 문제에서 ‘진부분집합’에 주목하여 답을 7로 할 수 있으나 2가 원소가 될 수 없으므로 A는 예시당초 X가 될 수 없다.

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$
- ② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ③ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ④ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
- ⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$

해설

- ③ $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
- ④ $A = B$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이다. $\therefore A \subset B$ 일 때, $n(A) \leq n(B)$
- ⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로, $n(A) = n(B)$ 이다.

11. 다음에서 두 집합 A, B 가 서로소인 것을 고르면?

① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 소수}\}$

② $A = \{x \mid x \geq 1 \text{인 실수}\}, B = \{x \mid x \leq 1 \text{인 실수}\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$

④ $A = \{3, 4, 5\}, B = \{x \mid x \text{는 } -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

⑤ $A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\},$
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

해설

$$A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$$
$$= \{3, 5, 7, 9, \dots\}$$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$

② $B \subset A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \cup (A \cap B) = B$

해설

$A \cup B = A$ 일 때, $B \subset A$ 이다.

⑤ $A \cup (A \cap B) = A \cup B = A$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, a\}$, $A \cap B = \{2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 집합 A 는 반드시 2 와 5 를 포함해야 한다.
따라서 $a = 5$ 이다.

집합 B 또한 $A \cap B = \{2, 5\}$ 에 의하여 원소 2 와 5 를 반드시 포함하고, 원소 1 은 포함하지 않는 집합이어야 한다.

$$\therefore B = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 + 5 = 14$$

14. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B \subset A$

② $(A \cup B) \subset A$

③ $A \subset B$

④ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

② $(A \cup B) \subset A, A \subset (A \cup B)$ 둘 다 성립한다.

③ $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $A \cap B = B, A \cup B = A$ 이므로
 $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

15. $A = \{1, x, 3\}, B = \{x - 1, 5, 6\}$ 이고 $A - B = \{2, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은?

- ① $\{1, 5\}$ ② $\{1, 6\}$ ③ $\{2, 5\}$ ④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

해설

$A - B = \{2, 3\}$ 이므로 $x = 2$ 이다. 따라서 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 5, 6\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{5, 6\}$ 이다.

16. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3\}, B - A = \{5\}, A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{1, 5\}$

해설

$A - B = \{3\}, B - A = \{5\}, A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{1\}$ 이다.

17. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 성립하는 것은?

① $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$

② $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$

③ $A^c \cup (B \cap C)^c = U - (A \cup B \cup C)$

④ $A \cup (A \cap B)^c = \emptyset$

⑤ $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = B$

해설

① $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$
 $= A \cap (B^c \cap C^c)$
 $= (A \cap B^c) \cap (A \cap C^c)$
 $= (A - B) \cap (A - C)$

② $A - (B - C) = A \cap (B \cap C^c)^c$
 $= A \cap (B^c \cup C)$
 $= (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$
 $= (A - B) \cup (A \cap C)$

③ $A^c \cup (B \cap C)^c = A^c \cup (B^c \cup C^c)$
 $= A^c \cup B^c \cup C^c$
 $= (A \cap B \cap C)^c$
 $= U - (A \cap B \cap C)$

④ $A \cup (A \cap B)^c = A \cup (A^c \cup B^c)$
 $= (A \cup A^c) \cup B^c$
 $= U \cup B^c = U$

⑤ $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A \cup (B \cap B^c)$
 $= A \cup \emptyset = A$

18. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, $A_2 \cap (A_4 \cup A_8)$ 을 간단히 하면?

① A_2

② A_3

③ A_4

④ A_5

⑤ A_6

해설

$$A_2 \cap (A_4 \cup A_8) = A_2 \cap A_4 = A_4 \quad (\because A_4 \subset A_2)$$

20. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$