

1. 이차방정식  $x^2+bx+c=0$  의 두 근이  $-2\pm\sqrt{6}$  일 때,  $b+c$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x = -2 \pm \sqrt{6}$   
 $x + 2 = \pm \sqrt{6}$   
양변을 제곱하면  $(x + 2)^2 = 6$   
 $x^2 + 4x + 4 = 6$ ,  $x^2 + 4x - 2 = 0$   
 $\therefore b = 4, c = -2$   
 $\therefore b + c = 2$

2.  $(x+y)(x+y-6)-16=0$  일 때,  $x+y$  의 값들의 합은?

- ① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

해설

$x+y=A$  라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서  $x+y$  의 값들의 합은  $8+(-2)=6$  이다.

3. 이차방정식  $x^2 + ax + 4 = 0$  의 한 근이  $3 - \sqrt{5}$  일 때, 다른 한 근을  $b$  라 하자. 이때,  $a + b$  의 값은?

①  $3 - \sqrt{5}$

②  $-3 - \sqrt{5}$

③  $3 + \sqrt{5}$

④  $-3 + \sqrt{5}$

⑤  $-3 - \sqrt{5}$

해설

다른 한 근은  $b = 3 + \sqrt{5}$  이므로

$$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$$

$$\therefore a = -6$$

$$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$$

4. 이차함수  $y = x^2 + x - a$  의 그래프가 점  $(3, 2)$  를 지난다고 한다.  
이때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

점  $(3, 2)$  를 지나므로  $x = 3, y = 2$  를 대입하면  $2 = 3^2 + 3 - a$ ,  $12 - a = 2 \therefore a = 10$

5. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 그래프의 식이  $y = ax^2 + bx + c$  일 때,  $a + b + c$  의 값은?

①  $-32$       ②  $-16$       ③  $-8$       ④  $-4$       ⑤  $4$

해설

$y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동하면

$$y = -2(x+3)^2 = -2x^2 - 12x - 18$$

$$\therefore a = -2, b = -12, c = -18$$

$$\therefore a + b + c = -32$$

6. 평행이동에 의하여 포물선  $y = 4x^2 + 2$  의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

①  $y = 4(x - 1)^2$

②  $y = 4x^2 - 1$

③  $y = 4x^2 - 2$

④  $y = 4(x + 1)^2 - 1$

⑤  $y = -4x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 같지 않은 것을 찾는다.

7. 이차함수  $y = 2(x+1)^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $x = -1$  을 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는  $(-1, -2)$  이다.
- ③  $y$  절편은  $-2$  이다.
- ④  $y = 2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ⑤  $(1, 6)$  을 지난다.

해설

$y$  절편은  $x = 0$  일 때의  $y$  값이므로  $y$  절편은  $0$ 이다.

8. 꼭짓점의 좌표가  $(-1, -2)$  이고,  $y$  절편이 3 인 포물선의 식을 구하면?

①  $y = 5x^2 + 10x + 3$

②  $y = 3x^2 + 10x - 3$

③  $y = x^2 + 8x + 2$

④  $y = 5x^2 + 2x + 1$

⑤  $y = 5x^2 - 10x + 2$

해설

$y = a(x + 1)^2 - 2$  에  $(0, 3)$  을 대입하면

$$3 = a - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x + 1)^2 - 2 = 5x^2 + 10x + 3$$

9. 다음 중 꼭짓점의 좌표  $(2, -6)$ , 대칭축의 방정식  $x = 2$ ,  $y$  축과의 교점의 좌표  $(0, -10)$  인 이차함수는?

①  $y = x^2 - 2x - 3$

②  $y = x^2 - 4x + 5$

③  $y = -x^2 - 2x + 3$

④  $y = -x^2 + 4x - 10$

⑤  $y = 2x^2 - 4x + 5$

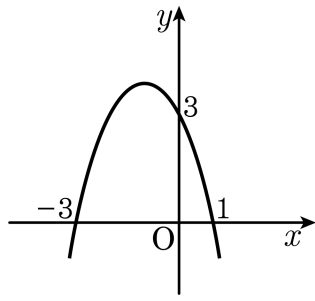
해설

$y = a(x - 2)^2 - 6$  에  $(0, -10)$  을 대입한다.

$$a = -1$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 10$$

10. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  $a + b + c$  의 값은 얼마인가?



- ① -6      ② -2      ③ 0      ④ 4      ⑤ -4

해설

$x$  절편이  $-3, 1$  이므로  $y = a(x + 3)(x - 1)$

$y$  절편이 3 이므로  $(0, 3)$  을 대입하면

$$3 = -3a$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 식은

$$y = -(x + 3)(x - 1) = -x^2 - 2x + 3, b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

11. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

①  $(x-2)(x+3)=0$

②  $x^2+2x=0$

③  $3x^2+x-1=0$

④  $x^2-9x+14=0$

⑤  $2x^2-8=0$

해설

④  $x=2, x=7$  일 때 성립한다.

12. 다음 중에서 해가  $x = 2$  또는  $x = -3$ 인 이차방정식은?

①  $(x - 2)(x + 3) = 0$

②  $(x + 2)(x - 3) = 0$

③  $(2x - 1)(3x + 1) = 0$

④  $(2x + 1)(3x - 1) = 0$

⑤  $(x - 2)(3x - 1) = 0$

해설

②  $x = -2$  또는  $x = 3$

③  $x = \frac{1}{2}$  또는  $x = -\frac{1}{3}$

④  $x = -\frac{1}{2}$  또는  $x = \frac{1}{3}$

⑤  $x = 2$  또는  $x = \frac{1}{3}$

13. 두 이차방정식  $x^2 + 3x - 4 = 0$ ,  $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -4, x = 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -4, x = 3$$

14. 이차방정식  $3(x+2)^2 = 6$  의 두 근의 합을 구하면?

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} 3(x+2)^2 &= 6 \\ (x+2)^2 &= 2 \\ x+2 &= \pm\sqrt{2} \\ \therefore x &= -2 \pm \sqrt{2} \\ \therefore (-2 + \sqrt{2}) + (-2 - \sqrt{2}) &= -4 \end{aligned}$$

15. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수  $m$  의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

- ①  $m > 3$

②  $m < -6$

③  $m = 0$
- ④  $m < 3$

⑤  $m > -6$

해설

$$\frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$
$$m + 6 < 0$$
$$\therefore m < -6$$

16. 두 방정식  $0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$ ,  $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$ 의 공통근은?

- ①  $-\frac{1}{5}$       ②  $-3$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤  $-1$

해설

i)  $0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

ii)  $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$(2x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

따라서 공통근은  $x = -1$ 이다.

17. 이차방정식  $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

18. 이차방정식  $3x^2 - 2x + m = 0$  의 두 근의 곱과 해가 다음과 같을 때,  $m + a + b$  의 값은?

(단,  $m$  는 상수,  $a$  와  $b$  은 유리수)

두 근의 곱 : -4  
해 :  $\frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$

- ① 20
- ② 21
- ③ 22
- ④ 25
- ⑤ 26

해설

(두 근의 곱) =  $\frac{m}{3} = -4$   
 $\therefore m = -12$   
(두 근의 합) =  $\frac{2}{3} = \frac{2a}{3}$   
 $\therefore a = 1$   
 $\left(\frac{a + \sqrt{b}}{3}\right) \times \left(\frac{a - \sqrt{b}}{3}\right) = \frac{a^2 - b}{9} = \frac{1 - b}{9} = -4$   
 $\therefore b = 37$   
 $\therefore m + a + b = -12 + 1 + 37 = 26$

19. 이차방정식  $2x^2 - 2x - 6 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  의 값은?

- ①  $-6$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $1$       ④  $\frac{1}{6}$       ⑤  $6$

해설

$2x^2 - 2x - 6 = 0$  에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -3$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = -\frac{1}{3}$$

20. 다음 보기에서  $y$  가  $x$  에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 반지름의 길이가  $x$  인 원의 넓이는  $y$
- ㉡ 양초의 길이가 24cm 이고 불을 붙이면 20 분에 8cm 씩 짧아질 때, 양초가 탄 시간을  $x$  , 양초의 길이는  $y$
- ㉢ 한 변의 길이가  $x$  인 정사각형의 넓이는  $y$
- ㉤ 밑변의 길이가  $x$  , 높이는 밑변의 길이의 2 배인 삼각형의 넓이는  $y$

① ㉠, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠  $y = \pi x^2$

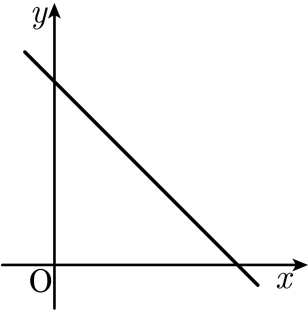
㉡  $y = 24 - \frac{2}{5}x$

㉢  $y = x^2$

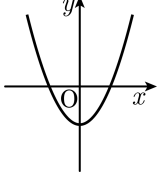
㉤  $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

따라서 이차함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

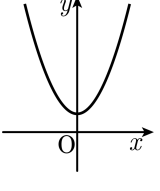
21. 다음 그림은 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프이다. 다음 중 이차함수  $y = ax^2 + b$  의 그래프는?



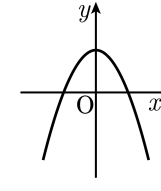
①



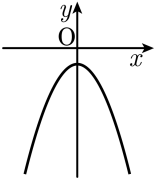
②



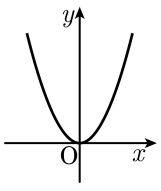
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$  그래프에서  $a < 0$ ,  $b > 0$  이므로 위로 볼록하고  $y$  절편이 양수이다.

22. 이차함수  $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 원점이 꼭짓점이다.
- ②  $a$ 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ③  $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④  $y = -ax^2$ 의 그래프와  $x$ 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 축의 방정식은  $x = 0$ 이다.

해설

②  $a$ 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

23.  $y = -\frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하면 점  $\left(-1, -\frac{17}{3}\right)$  을 지난다. 이 때,  $q$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

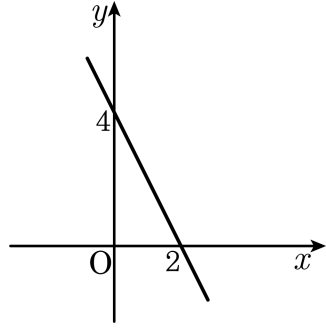
▷ 정답 :  $-5$

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하면  $y = -\frac{2}{3}x^2 + q$  이다.

$\left(-1, -\frac{17}{3}\right)$  을 대입하면  $-\frac{17}{3} = -\frac{2}{3} + q$  이므로  $q = -5$  이다.

24. 일차함수  $y = mx + n$  의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차함수  $y = x^2 + mx + n$  의 그래프의 꼭짓점의 위치는?

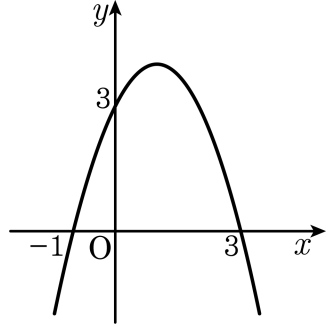


- ① 제 1 사분면
- ② 제 2 사분면
- ③ 제 3 사분면
- ④ 제 4 사분면
- ⑤  $x$  축 또는  $y$  축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가  $-2$ ,  $y$  절편이  $4$  이므로  $y = -2x + 4$ ,  $m = -2$ ,  $n = 4$   
 $\therefore y = x^2 - 2x + 4$   
 $\quad = (x^2 - 2x + 1 - 1) + 4$   
 $\quad = (x - 1)^2 + 3$   
꼭짓점의 좌표는  $(1, 3)$  이므로 제 1 사분면 위에 있다.

25. 다음은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다.  $(1, k)$ 가 이 그래프 위의 점일 때,  $k$ 의 값은?



- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점  $(-1, 0), (0, 3), (3, 0)$ 을 각각 대입하여  $a, b, c$ 를 구하면

$a = -1, b = 2, c = 3$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$

$(1, k)$ 를 대입하면  $k = 4$ 이다.

26. 이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 7 만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $-3$  만큼 평행 이동하였더니 최솟값이  $-3$  이 되었다.  
이 때, 상수  $a$  의 값은? (단,  $a < 0$  )

① 0                      ② 1                      ③ -1                      ④ 2                      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\ &= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\ &= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a \end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 7 만큼,

$y$  축의 방향으로  $-3$  만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이  $-3$  이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

27. 이차함수  $y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$  의 최솟값을  $m$  이라고 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 2ax - 2a - 4 \\ &= 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} - 2a - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ 의 최솟값 : } m &= -\frac{a^2}{2} - 2a - 4 \\ &= -\frac{1}{2}(a+2)^2 - 2 \end{aligned}$$

$$m \text{ 의 최댓값 : } -2$$

28.  $\alpha$  가  $x^2 + 2x = 10$  을 만족할 때,  $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$  의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

29. 이차방정식  $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$  이 중근을 가질 때의  $a$  의 값이 이차방정식  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이다. 이 때,  $m + n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a + 2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a + 2}{2} = \pm 2$$

$$a + 2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} - ) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{- 32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

30.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이  $k$  값에 관계없이 중근을 가질 때,  $8ab$ 의 값은?

①  $-2$       ②  $2$       ③  $-1$       ④  $1$       ⑤  $0$

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

$k$ 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

31. 이차방정식  $2x^2 - 2ax + 12 = 0$  의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는  $a$  의 값은?

①  $\pm 1$

②  $\pm 2$

③  $\pm 3$

④  $\pm 4$

⑤  $\pm 5$

해설

두 근을 각각  $2k, 3k(k \neq 0)$  라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

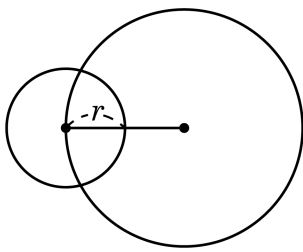
$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

32. 다음 그림과 같이 반지름이  $r$  인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가  $12\pi$  라고 할 때, 반지름  $r$  의 값은?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.  
따라서 식으로 나타내면  $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$  이다.  
 $r^2 - 4 = 0$   
 $\therefore r = 2$  ( $\because r > 0$ )

33. 이차함수  $y = x^2 + ax - b$  의 꼭짓점이  $x$  축 위에 있을 때,  $\frac{b}{a^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{1}{4}$

해설

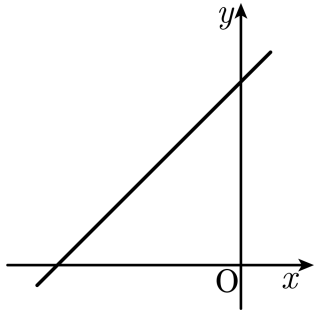
$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점  $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$  가  $x$  축 위에 있으므로  $-\frac{a^2}{4} - b = 0$ ,

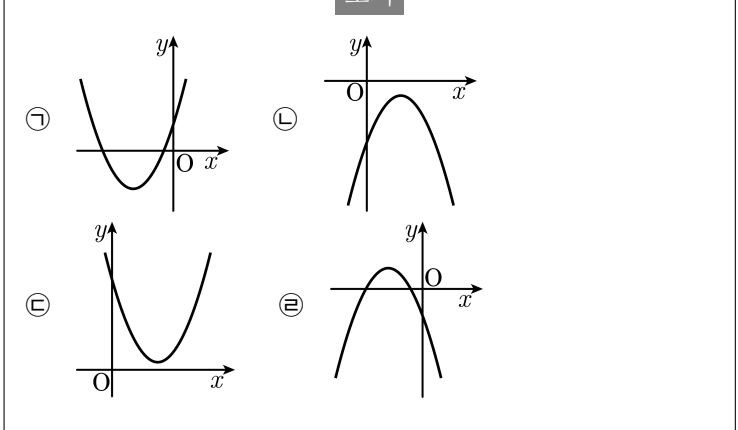
$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

34. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = -a(x - b)^2 - a$  의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로  $a > 0$  이고 (y절편)  $> 0$  이므로  $b > 0$  이다.  
따라서  $y = -a(x - b)^2 - a$  의 그래프는 위로 볼록하고,  $b > 0$ ,  $-a < 0$  이므로  
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

35. 이차함수  $y = x^2 + 2x + 3$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하였더니  $x = -2$  일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때,  $a, b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -1$

▷ 정답 :  $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

36. 이차함수  $y = 3x^2 + 2x + a$  의 그래프가 점  $(a, a^2 + 2)$  를 지나고  $x$  축과 두 점에서 만나도록  $a$  의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

$x$  축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

37. 포물선  $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$  이  $x$  축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$  의

$x$  절편을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2}$  이다.

$\alpha - \beta = 1$  이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$  이다.

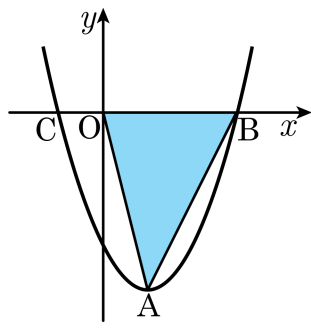
$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

38. 다음 포물선  $y = x^2 - 2x - 3$  의 꼭짓점을 A 라 하고,  $x$  축과의 교점을 B, C 라 할 때,  $\triangle ABO$  의 넓이는?



- ① 16      ② 8      ③ 12      ④ 6      ⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

$x$  축과 교점은  $y = 0$  일 때이므로

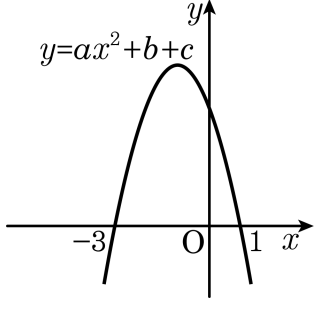
$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서  $x = -1$  또는  $x = 3$  이다.

B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

39. 함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ①

$abc > 0$
- ②

$a + b + c > 0$
- ③

$9a - 3b + c < 0$
- ④

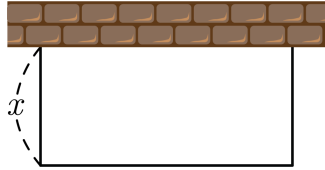
$a - b + c < 4a + 2b + c$
- ⑤

$b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로  $a < 0$  , 축이  $y$  축의 왼쪽에 있으므로  $ab > 0$  ,  $b < 0$  ,  $y$  절편이 양수이므로  $c > 0$   
①  $abc > 0$   
②  $x = 1$  일 때,  $a + b + c = 0$   
③  $x = -3$  일 때,  $9a - 3b + c = 0$   
④  $x = -1$  일 때,  $a - b + c > 0$  이고,  $x = 2$  일 때  $4a + 2b + c < 0$   
이므로  $a + b - c > 4a + 2 + c$   
⑤  $x$  축과의 교점이 두 개이므로  $b^2 - 4ac > 0$

40. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.  
넓이가 최대가 되도록 하는  $x$  의 값은?



- ① 6m      ② 8m      ③ 10m      ④ 12m      ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를  $x$  , 가로 길이를  $20 - 2x$  라고 하면,  
 $y = x(40 - 2x)$   
 $= -2x^2 + 40x$   
 $= -2(x - 10)^2 + 200$   
 $x = 10$  일 때, 최댓값은 200 이다.

41.  $x$ 에 관한 이차방정식  $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$ 이  $a$ 의 값에 관계없이 항상  $x = 1$ 의 근을 가질 때,  $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

$a$ 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, \quad p + 4q = 0$$

$$p = 2, \quad p + 4q = 0, \quad 4q = -2, \quad q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

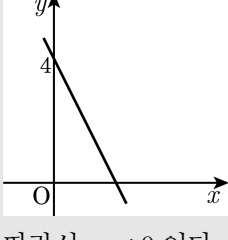
42. 직선  $px - y + 4 = 0$ 이 점  $(p - 2, 3p^2)$ 을 지나고 제3 사분면을 지나지 않을 때,  $p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$y = px + 4$ 가 제3 사분면을 지나지 않으려면 다음 그림과 같이 그려져야 한다.



따라서,  $p \leq 0$  이다.

점  $(p - 2, 3p^2)$ 을 지나므로, 대입해주면

$$y = px + 4$$

$$3p^2 = p(p - 2) + 4$$

$$2p^2 + 2p - 4 = 0$$

$$2(p + 2)(p - 1) = 0$$

따라서  $p \leq 0$ 이므로  $p = -2$ 이다.

43. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수  $m$  의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

㉠  $3x + 5 = m + 1$

㉡  $3x^2 + 2x - 9 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

㉡  $3x^2 + 2x - 9 = 0$

$$x^2 + \frac{2}{3}x - 3 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{28}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

㉠  $3x + 5 = m + 1$

$$\therefore x = \frac{m - 4}{3}$$

$$\frac{-1 - 2\sqrt{7}}{3} < \frac{m - 4}{3} < \frac{-1 + 2\sqrt{7}}{3}$$

$$-1 - 2\sqrt{7} < m - 4 < -1 + 2\sqrt{7}$$

$$3 - 2\sqrt{7} < m < 3 + 2\sqrt{7}$$

정수  $m$  의 최솟값은  $-2$ , 최댓값은  $8$  이다.

$$\therefore -2 + 8 = 6$$

44. 이차방정식  $x^2 - 6x + 1 + a = 0$  이 유리수 근을 가질 때, 자연수  $a$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

근의 공식에 의해  $x$ 를 구하면

$$x = 3 \pm \sqrt{9 - (1 + a)}$$

$x$ 가 유리수가 되려면  $a$ 가 자연수이므로  $9 - (1 + a)$ 는 8보다 작은 제곱수가 되어야 한다.

$$9 - (1 + a) = 8 - a \text{ 이므로}$$

$a$ 의 값은 4, 7, 8이다.

45. 방정식  $(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 12$  을 만족하는 정수의 순서쌍  $(x, y)$  에 대하여  $x^2+y^2$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 109

해설

주어진 식을 전개하여 정리하면,  $4-4(x+y)+(x+y)^2-(x^2+y^2) = 12$ ,  
 $-4(x+y) + 2xy = 8$ ,  $xy - 2(x+y) = 4$ ,  $xy - 2(x+y) + 4 = 8$ ,  
 $(x-2)(y-2) = 8$   
그런데  $x, y$  는 정수이므로,

|           |     |    |    |     |    |    |    |    |
|-----------|-----|----|----|-----|----|----|----|----|
| $x-2$     | 1   | 2  | 4  | 8   | -1 | -2 | -4 | -8 |
| $y-2$     | 8   | 4  | 2  | 1   | -8 | -4 | -2 | -1 |
| $x^2+y^2$ | 109 | 52 | 52 | 109 | 37 | 4  | 4  | 37 |

따라서  $x^2+y^2$  의 최댓값은 109 이다.

46. 이차방정식  $m^2x^2 - n^2x = 1$  이 서로 다른 두 정수를 근으로 가질 때,  $n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$m^2x^2 - n^2x - 1 = 0$  에서

서로 다른 두 정수근을  $\alpha, \beta (\alpha \neq \beta)$  라 하면

$$\alpha + \beta = \frac{n^2}{m^2}, \alpha\beta = -\frac{1}{m^2}$$

이때,  $\alpha, \beta$  가 정수이므로  $\alpha\beta = -\frac{1}{m^2}$  도 정수이다.

$\therefore m = 1$  또는  $m = -1$

따라서  $\alpha\beta = -1$  에서  $\alpha = 1, \beta = -1$  또는  $\alpha = -1, \beta = 1$

$$\alpha + \beta = \frac{n^2}{m^2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{n^2}{m^2} = 0 \quad \therefore n = 0$$

47. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▶ 정답 : 4시간

해설

올라갈 때 속력을  $x\text{km/h}$ 라 하면

내려올 때 속력은  $(x + 1)\text{km/h}$

$$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+1} = 9 \text{의 양변에 } x(x+1) \text{ 을 곱하면}$$

$$20(x+1) + 20x = 9x(x+1)$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$9x^2 - 31x - 20 = 0$$

$$(x-4)(9x+5)=0$$

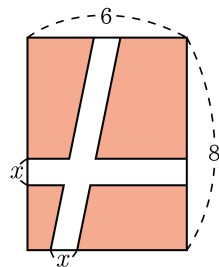
$$(x - 4)(9x + 5) = 0$$

$x > 0$  이므로  $x = 4 \text{ (km/h)}$   
따라서 내려오는 때 속도 : ..

따라서 내려올 때 속력 :  $x + 1 = 5\text{km/h}$

$$\therefore \frac{20}{5} = 4 \text{ (시간)}$$

48. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이가 35 일 때,  $x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (6-x)(8-x) \\ &= 48 - 8x - 6x + x^2 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-1)(x-13) = 0$$

그런데  $0 < x < 6$  이므로  $x = 1$  이다.

49. 좌표평면 위의 두 점 A(0, 2), B(-4, 3) 와 직선  $y = 1$  위의 한 점 P 에 대하여  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

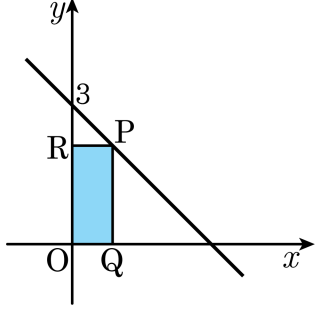
해설

점 P 의 좌표를  $(a, 1)$  이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (a^2 + 1) + \{(a + 4)^2 + 4\} \\ &= 2a^2 + 8a + 21 \\ &= 2(a + 2)^2 + 13\end{aligned}$$

따라서  $a = -2$  일 때, 최솟값은 13 이다.

50. 다음 그림과 같이 직선이  $y = -x + 3$  의 위의 점 P 에서  $x$  축과  $y$  축에서 내릴 수선의 발이 각각 Q,R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를  $y$  라고 한다.  $y$  가 최대가 될 때, 점 P 의 좌표는?



- ①  $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$       ②  $\left(0, \frac{3}{2}\right)$       ③  $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$   
 ④  $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$       ⑤  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$

해설

점 P 의 좌표는  $(a, -a + 3)$  이고 넓이는  $y$  이므로

$$y = a(-a + 3) = -a^2 + 3a$$

$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4}$$

$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} + 3\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$