

1. 72의 소인수를 모두 구하면?

① 8, 9

② 2, 3

③ $2^3, 3^2$

④ 11, 51

⑤ 2, 36

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2와 3이다.
 $\therefore 2, 3$

2. 가로 길이 450m, 세로 길이 240m인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30m ② 15m ③ 10m ④ 3m ⑤ 2m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m이다.

3. $0.3, 2, \frac{9}{3}, -1, 5.3, 0$ 에 대하여 유리수의 개수를 a , 정수의 개수를 b , 자연수의 개수를 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

유리수는 $0.3, 2, \frac{9}{3}, -1, 5.3, 0$ 이므로 $a = 6$ 이다.

정수는 $2, \frac{9}{3}, -1, 0$ 이므로 $b = 4$ 이다.

자연수는 $2, \frac{9}{3}$ 이므로 $c = 2$ 이다.

따라서 $a+b+c = 6+4+2 = 12$ 이다.

4. 두 수는 절댓값은 같고 부호가 반대이며 두 수 사이의 거리가 20 일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 또는 +10

▷ 정답 : -10

해설

절댓값이 같고 부호가 서로 반대인 수는 원점으로부터의 거리가 같다. 두 수의 거리가 20 이므로 원점으로부터의 거리가 10 이다. 원점으로부터 오른쪽으로 10 만큼 이동하면 +10 이고, 원점으로부터 왼쪽으로 10 만큼 이동하면 -10이 된다. 따라서 두 수는 10, -10 이 된다.

5. 두 수 a, b 에서 $[a, b] = (a, b$ 중 절댓값이 작은 수)로 나타내기로 하자. 예를 들어, $[-5, 1] = 1$ 이다. 이 때, $[-5, 7], -4$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -3 ③ -7 ④ -4 ⑤ -9

해설

-5 의 절댓값은 5 이고 7 의 절댓값은 7 이므로 $[-5, 7] = -5$ 가 된다.
또 -5 의 절댓값의 절댓값은 5 이고 -4 의 절댓값은 4 이므로 $[-5, -4] = -4$ 이다.
따라서 $[-5, 7], -4$ 의 값은 -4 가 된다.

6. 다음 수를 차례대로 나열하였을 때, 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는?

3, -2.5, 0, $\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{4}$

- ① 3 ② -2.5 ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{4}$

해설

$$-2.5 < -\frac{5}{4} < 0 < \frac{1}{3} < 3$$

7. $-2 < x < 4$ 인 정수 x 의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$x = -1, 0, 1, 2, 3$, 따라서 5개이다.

8. 다음 중 틀린 것은?

- ① 6 보다 -4 만큼 큰 수는 2 이다.
- ② -8 보다 -1 만큼 큰 수는 -9 이다.
- ③ -4 보다 -2 만큼 작은 수는 -6 이다.
- ④ 5 보다 -9 만큼 큰 수는 -4 이다.
- ⑤ 1 보다 3 작은 수는 -2 이다.

해설

③ -4 보다 -2 만큼 작은 수는 -2 이다.

9. 다음 계산 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{9}$

② $\left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{12} = \frac{1}{5}$

③ $(-12) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times (-2)^2 = \frac{1}{2}$

④ $(-25) \div \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-2)^2 = 40$

⑤ $(-4)^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) \div (-3)^2 = -\frac{2}{9}$

해설

③ $(-12) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times 4 = 8$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.
- ② 17 은 소수이다.
- ③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.
- ④ 2 는 소수이다.
- ⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

11. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3$$

$$a + b + c = 9$$

12. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{)108 \ 120 \ 96} \\ 3 \overline{)27 \ 30 \ 24} \\ \quad 9 \ 10 \ 8 \end{array}$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

13. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나뭇셈을 이용하여 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 27 km

해설

6 과 8 의 최소공배수를 나뭇셈을 이용하여 구하면 된다. 최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27(\text{km})$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 68} \\ \underline{34} \\ 34 \\ \underline{34} \\ 0 \end{array}$$

14. 세 자연수의 비가 $2:6:8$ 이고 최소공배수가 72 일 때, 세 자연수의 합으로 옳은 것은?

① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

해설

세 자연수의 비가 $2:6:8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2 \times a$, $6 \times a$, $8 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times a = 72 = 2^3 \times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 3$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $6 = 2 \times 3$, $18 = 6 \times 3$, $24 = 8 \times 3$ 이므로

세 수의 합은 $6 + 18 + 24 = 48$ 이다.

15. $A: -3 < x \leq 1$, $B: -6 < x < 0$ 일 때, A 에서 B 를 제외한 수의 개수를 모두 구하여라. (단, x 는 정수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 2개

해설

$A: -2, -1, 0, 1$, $B: -5, -4, -3, -2, -1$ 이므로, A 에서 B 를 제외한 수는 0, 1의 2개이다.

16. $\frac{10-9+8-7+6-5+4-3+2-1}{1-2+3-4+5-6+7-8+9}$ 을 계산하면?

- ① 0 ② 1 ③ 5 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & \frac{10-9+8-7+6-5+4-3+2-1}{1-2+3-4+5-6+7-8+9} \\ &= \frac{+1+1+1+1+1}{-1-1-1-1+9} = \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

17. $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수 a, b, c 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

132 를 소인수분해하면 $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이다. 한편 $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가지므로 a 는 2 보다 크거나 같고, b 는 1 보다 크거나 같다. 또한 c 도 1 보다 크거나 같다. 따라서 a, b, c 의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은 $2 + 1 + 1 = 4$ 이다.

18. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b 에 대해 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1, 2, 24는 a, b 의 공약수이다.
- ② 12는 a, b 의 공약수이다.
- ③ a, b 의 공약수는 모두 8개이다.
- ④ 10은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b 의 공약수이다.

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

⑤ 36은 a, b 의 공약수가 아니다.

19. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^m \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 \square 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x+1) = 12 \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

20. 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

4, 5, 6으로 나누면 항상 1이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+1$ 은 4, 5, 6의 공배수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 60의 배수 중 가장 작은 수는 60이다.

따라서 $x+1=60$ 이므로 $x=59$ 이다.

21. 다음 네 유리수 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면, $M \div m$ 의 값을 구하여라.

$$-4, \frac{5}{2}, -\frac{3}{4}, -2\frac{1}{3}$$

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{10}{3}$

해설

서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값이 되려면 곱해서 만들어진 수의 부호가 양수이어야 한다. 따라서 양수 1개, 음수 2개를 뽑는다. 이때, 음수 2개는 절댓값이 큰 수 2개이다.

$$M = \frac{5}{2} \times (-4) \times (-2\frac{1}{3}) = \frac{70}{3}$$

최솟값이 되려면 음수 3개를 뽑는다.

$$m = (-4) \times (-2\frac{1}{3}) \times (-\frac{3}{4}) = -7$$

$$\therefore M \div m = \frac{70}{3} \div (-7) = \frac{70}{3} \times (-\frac{1}{7}) = -\frac{10}{3}$$

22. n 이 짝수일 때,
 $(-1)^{n-1} \times (-1)^{n-2} \times (-1)^{n-3} \times (-1)^{n-4}$ 의 값을 구하여라. (단, $n \geq 5$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(-1)^n \begin{cases} -1(n \text{이 홀수}) \\ 1(n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

이다.

$n-1$ 은 홀수, $n-2$ 는 짝수 $n-3$ 은 홀수 $n-4$ 는 짝수이다.

따라서 $(-1)^{n-1} \times (-1)^{n-2} \times (-1)^{n-3} \times (-1)^{n-4} = -1 \times 1 \times -1 \times 1 = 1$

이다.

23. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

24. 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{48}{2} < \frac{x}{24} < \frac{72}{24}, 24 = 2^3 \times 3$$

→ x 는 48 보다 크고 72 보다 작은 수 중 2×3 과 서로소인 수이다.

$$\rightarrow x = 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71$$

∴ 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의

$$\text{합} = \frac{(49 + 53 + 55 + 59 + 61 + 65 + 67 + 71)}{24} = 20$$

25. 두 자연수 a, b 의 합은 216 이고 최대공약수는 18 이다. 이 때 ab 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11340

해설

$a = 18 \times n, b = 18 \times m$ 이라 둘 수 있다.

$$a + b = 18 \times (n + m) = 216$$

$$\rightarrow n + m = 12$$

따라서 (n, m) 이 될 수 있는 순서쌍은 $(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4), (9, 3), (10, 2), (11, 1)$ 이다.

그런데 $ab = 18 \times 18 \times n \times m$ 이므로 ab 의 최댓값은 $(n, m) = (5, 7)$ 또는 $(7, 5)$ 일 때이다.

$\therefore ab$ 의 최댓값 = 11340