

1. 다음 중 이차함수인 것은?

- ① 자동차가 시속 50km 로 x 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.
- ② 반지름의 길이가 x cm 인 원의 둘레의 길이는 y cm 이다.
- ③ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 넓이는 y cm² 이다.
- ④ x 개의 물건을 y 명이 나누어 가진다.
- ⑤ 한 변의 길이가 x cm 인 정삼각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.

해설

③ $y = x^2$

2. 다음 이차함수의 그래프 중에서 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k < 0$) 의 꼴은 위로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

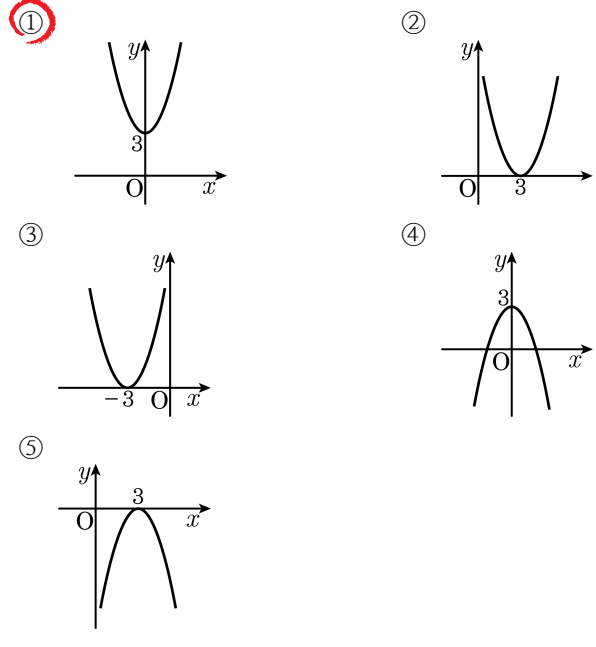
3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 점 $(-2, 4)$ 을 지난다.
- ③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ④ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ④이 답이다.

4. 다음 중 이차함수 $y = x^2 + 3$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?



해설

축의 방정식은 $x = 0$ 이고, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

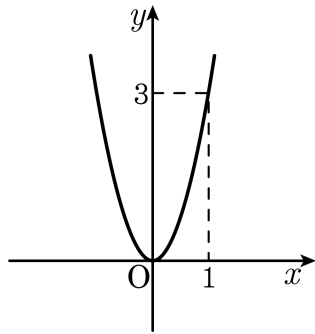
5. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.
- ② $x = -2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.
- ③ $x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.
- ④ $x = 2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.
- ⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

해설

$x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = a \times 1^2 \quad \therefore a = 3$$

7. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 짝지은 것이 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표 : (1, 4) , 축의 방정식 : $x = 1$
- ② 꼭짓점의 좌표 : (2, -1) , 축의 방정식 : $x = 2$
- ③ 꼭짓점의 좌표 : (-1, -3) , 축의 방정식 : $x = -1$
- ④ 꼭짓점의 좌표 : (-1, 4) , 축의 방정식 : $x = -1$
- ⑤ 꼭짓점의 좌표 : $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$, 축의 방정식 : $x = 1$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) , 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

$y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{2}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

8. 다음 보기의 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있는 그래프를 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = (x - 3)^2$

㉡ $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 2$

㉢ $y = -3x^2 + 1$

㉣ $y = x^2 + 2x + 3$

㉤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

꼭짓점을 각각 구하면

㉠ (3, 0)

㉡ (-1, 2)

㉢ (0, 1)

㉣ $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 이므로 (-1, 2)

㉤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 1$ 이므로 (-2, 1)

따라서 제 2 사분면에 있는 그래프는 ㉡, ㉣, ㉤이다.

9. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$

② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$

④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

10. $y = -3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ② 제2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
- ④ y 축과의 교점은 $(0, -2)$ 이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 2 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2 \\ &= -3(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

③ 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 이다.

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

12. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0, k < -5$ 이다.

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이고, y 절편이 6 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$ 이므로

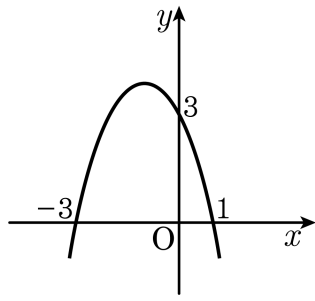
$y = a(x+1)^2 + 4$ 이고, y 절편이 6 이므로 $6 = a(0+1)^2 + 4$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$$

$$a = 2, b = 4, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 12$$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



- ① -6 ② -2 ③ 0 ④ 4 ⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x + 3)(x - 1)$

y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = -3a$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 식은

$$y = -(x + 3)(x - 1) = -x^2 - 2x + 3, b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

15. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프가 되었다. p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

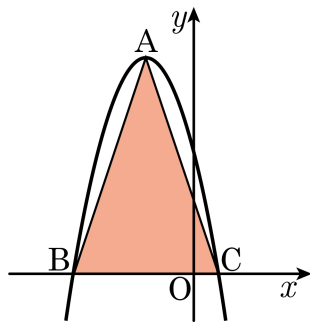
▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = -8$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + 5 = 2(x + 1)^2 + 3 \\ x, y \text{ 축의 방향으로 각각 } p, q \text{ 만큼 평행이동하면} \\ y &= 2(x + 1 - p)^2 + 3 + q \\ y &= 2x^2 - 12x + 13 = 2(x - 3)^2 - 5 \\ \therefore 1 - p &= -3, \quad p = 4 \\ 3 + q &= -5, \quad q = -8 \end{aligned}$$

16. 다음 그림은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 점을 B, C라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 30 ② 27 ③ 24 ④ 21 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 4x + 5 \\ &= -(x^2 + 4x + 4 - 4) + 5 \\ &= -(x + 2)^2 + 9 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$ 이고

$$-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$(x+5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -5$ 또는 $x = 1$ 에서 B $(-5, 0)$, C $(1, 0)$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

17. $y = ax^2 + bx + 8$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나며, 최댓값 또는 최솟값이 c 일 때, $a - b + c$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 4a - 2b + 8, 2a - b = -4$$

$$0 = 16a + 4b + 8, 4a + b = -2$$

$$a = -1, b = 2$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 8 = -(x - 1)^2 + 9$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 9, 즉 $c = 9$ 이다.

$$\therefore a - b + c = 6$$

18. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

19. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$

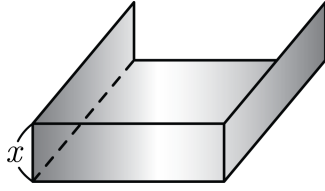
$$= -x^2 + 26x$$

$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

20. 너비가 60 인 양철판을 아래 그림과 같이 구부려서 물받이를 만들려고 한다. 구부리는 양철판의 길이를 x 라 할 때, 단면의 넓이가 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

단면의 넓이를 y 라 하면
 $y = x(60 - 2x)$
 $= -2x^2 + 60x$
 $= -2(x^2 - 30x + 225 - 225)$
 $= -2(x - 15)^2 + 450$
 $x = 15$ 일 때, 최대 넓이 450

21. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

22. 포물선 $y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $x^2 - 20x + 19 = 0$ 의 근과 같다.

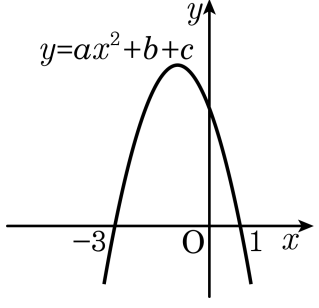
$$x^2 - 20x + 19 = 0 ,$$

$$(x - 1)(x - 19) = 0 ,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 19 ,$$

$$\therefore \overline{AB} = 19 - 1 = 18$$

23. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ①

$abc > 0$
- ②

$a + b + c > 0$
- ③

$9a - 3b + c < 0$
- ④

$a - b + c < 4a + 2b + c$
- ⑤

$b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

24. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$