

1. 부등식 $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

① $-1 < x < 0$

② $-1 < x < 3$

③ $1 < x < 3$

④ $x < -1$ 또는 $x > 3$

⑤ $\frac{1}{2} < x < 1$

해설

$$\begin{aligned} |x - 1| < 2 &\text{에서 } -2 < x - 1 < 2 \\ \therefore -1 < x < 3 \end{aligned}$$

2. 부등식 $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x + 2 \leq 2x - 1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x - 2 \leq 2x - 1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

3. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

- ① $-1 < x < 4$ ② $-1 < x < 2$ ③ $0 < x < 1$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때
 $-(x-1)-(x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$
그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $(x-1)-(x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$
 $\therefore$ 모든 x 에 대해 성립
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$ 일 때
 $(x-1)+(x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

4. 부등식 $|x - 2| + |x + 3| \geq -2x + 9$ 의 해는?

- ① $x \geq 2$ ② $-3 \leq x \leq 2$ ③ $1 < x \leq 2$
④ $x < 2$ ⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$ 일 때,
 $-2x - 1 \geq -2x + 9, -1 \geq 9$
따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.
(ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,
 $5 \geq -2x + 9$
 $2x \geq 4, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.
(iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $2x + 1 \geq -2x + 9$
 $4x \geq 8, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$ 이다.
세 범위의 해를 연립하면 결과는
 $\therefore x \geq 2$

5. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때
 $-(x - 1) - (x + 2) < 9$
 $-x + 1 - x - 2 < 9, x > -5$
 $\therefore -5 < x < 2$
(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때
 $-(x + 1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$
 $0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.
 $\therefore -2 \leq x < 1$
(iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $(x - 1) + (x + 2) < 9, x < 4$
 $\therefore 1 \leq x < 4$
(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$
따라서 정수는 8개

6. x 가 정수일 때, $|x - 2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 0

해설

$|x - 2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$
 x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수
 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

7. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

8. 부등식 $|7 - 3x| > 2$ 를 풀면?

① $x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

② $x < \frac{5}{2}$ 또는 $x > 2$

③ $x < \frac{4}{5}$ 또는 $x > 4$

④ $x < 1$ 또는 $x > 3$

⑤ $x < \frac{5}{6}$ 또는 $x > 6$

해설

$|7 - x| > 2$ 에서

$7 - 3x > 2$ 또는 $7 - 3x < -2$

$-3x > -5$ 또는 $-3x < -9$

$\therefore x < \frac{5}{3}$ 또는 $x > 3$

9. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x < -1$
 $-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$
 $x+1 - (x-1) \geq 4$
 $2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$
 $x+1 + x-1 \geq 4$
 $x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore a+b=0$

10. 부등식 $|x-3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

① $1 \leq x \leq 5$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

③ $-1 \leq x \leq 5$

④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x-3| \geq 2$ 에서 $x-3 \geq 2$ 또는 $-(x-3) \geq 2 \therefore x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

11. 부등식 $2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때
 $2x+4+x-1-6=3x-3 \leq 0, x \leq 1$
 $\therefore x=1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때
 $2x+4+1-x-6=x-1 \leq 0$ 에서 $x \leq 1$
 $\therefore -2 \leq x < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
(iii) $x < -2$ 일 때
 $-2x-4-x+1-6=-3x-9 \leq 0$
 $3x \geq -9, x \geq -3$
 $\therefore -3 \leq x < -2 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$ 에서 $-3 \leq x \leq 1$
따라서 만족하는 정수 x 의 개수는 5개

12. 부등식 $|x-1|+|x-3|<6$ 의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2-4x-5<0$

② $x^2-4x+3<0$

③ $x^2-6x+5<0$

④ $x^2-4x+3\leq 0$

⑤ $x^2-8x+15\leq 0$

해설

(i) $x < 1$ 일 때, $-x+1-x+3 < 6$

$x > -1 \therefore -1 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 3$ 일 때, $x-1-x+3 < 6$

$2 < 6 \therefore 1 \leq x < 3$

(iii) $x \geq 3$ 일 때, $x-1+x-3 < 6$

$x < 5 \therefore 3 \leq x < 5$

$\therefore -1 < x < 5$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-5) < 0, x^2-4x-5 < 0$

13. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

14. 부등식 $2|x+2|+|x-2|<6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2)-(x-2)<6, x>-\frac{8}{3}$$

$$\text{공통부분은 } -\frac{8}{3}<x<-2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2)-(x-2)<6, x<0$$

$$\text{공통부분은 } -2 \leq x < 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2)+(x-2)<6, x<\frac{4}{3}$$

$$\text{공통부분은 없음}$$

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-\frac{8}{3}<x<0$

정수 x : -2, -1 (2개)

15. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$\therefore x < -1$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$\therefore 2x < 2$

$\therefore x < 1$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii) 에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

16. 부등식 $\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

- ① 13개 ② 9개 ③ 6개 ④ 4개 ⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

17. 부등식 $|x - k| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$|x - k| \leq 3$ 에서 $-3 \leq x - k \leq 3$,
 $-3 + k \leq x \leq 3 + k$
따라서 x 의 최댓값은 $3 + k$,
최솟값은 $-3 + k$ 이므로
 $(-3 + k)(3 + k) = 9$
 $k^2 - 9 = 9$
 $k^2 = 18 \quad \therefore k = \pm 3\sqrt{2}$
 k 는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

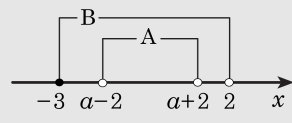
18. $|x - a| < 2$ 가 $-3 \leq x < 2$ 에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a 의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$|x - a| < 2 \Leftrightarrow -2 < x - a < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$

다음 그림에서



$$-3 \leq a - 2, a + 2 \leq 2$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 0$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a 의 값은

$-1, 0$ 이고, 그 합은 -1 이다.

19. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수라고 할 때, $y = 2[x] + 3$, $y = 3[x - 2] + 5$ 를 동시에 만족시키는 정수가 아닌 x 에 대하여 $x + y$ 의 범위를 구하면?

① $13 < x + y < 14$

② $14 < x + y < 15$

③ $-4 < x + y < 4$

④ $15 < x + y < 16$

⑤ $x + y = 16.4$

해설

$$2[x] + 3 = 3[x - 2] + 5, \quad 2[x] + 3 = 3([x] - 2) + 5$$

$$\therefore [x] = 4$$

x 가 정수가 아니므로 $4 < x < 5$

$$y = 2[x] + 3 = 11 \text{ 이므로 } 15 < x + y < 16$$

20. x 보다 크지 않은 최대의 정수와 x 보다 작지 않은 최소의 정수의 합이 5일 때, x 는?

① $\left\{\frac{5}{2}\right\}$

② $\{x|2 \leq x \leq 3\}$

③ $\{x|2 \leq x < 3\}$

④ $\{x|2 < x \leq 3\}$

⑤ $\{x|2 < x < 3\}$

해설

$[x]$ 를 x 보다 크지 않은 최대의 정수,
 $\langle x \rangle$ 를 x 보다 작지 않은 최대의 정수라 하자.
 $x = n$ (n 은 정수)일 때,

$$[x] = n, \langle x \rangle = n \text{이므로 } n + n = 5, n = \frac{5}{2}$$

$\therefore$ 적당하지 않다.

$n < x < n + 1$ (n 은 정수)일 때,

$$[x] = n, \langle x \rangle = n + 1 \text{이므로 } n + n + 1 = 5$$

$$\therefore n = 2$$

$$\therefore 2 < x < 3$$

21. 부등식 $|2x-2| < k+2$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq -2$

② $k > -2$

③ $k \geq -2$

④ $k < 2$

⑤ $k \geq 2$

해설

i) $x \geq 1$ 일 때,

$$2x-2 < k+2, \quad 2x < k+4 \quad \therefore x < \frac{1}{2}k+2$$

$x \geq 1, x < \frac{1}{2}k+2$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}k+2 > 1, \quad k > -2$$

ii) $x < 1$ 일 때,

$$-2x+2 < k+2, \quad -2x < k, \quad \therefore x > -\frac{1}{2}k$$

$x < 1, x > -\frac{1}{2}k$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}k < 1 \quad \therefore k > -2$$

i), ii)에 의하여 $k > -2$

22. 부등식 $|2x + 2| < a + 3$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq -4$

② $a > -4$

③ $a < -3$

④ $a > -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

i) $x \geq -1$ 일 때,

$$2x + 2 < a + 3, 2x < a + 1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$$

$x \geq -1$, $x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1, a > -3$$

ii) $x < -1$ 일 때,

$$-2x - 2 < a + 3, -2x < a + 5$$

$x < -1$, $x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$$

i), ii)에 의하여 $a > -3$