1. 다음 보기 중에서 미지수가 2 개인 일차방정식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2x-4y=-1$　　㉡ $y^2-1=2x$

㉢ $2(x-y)+5x=1$　　㉣ $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=2$

㉤ $x-y+1=x^2$　　㉥ $x-2y+3xy=0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ 미지수가 2 개인 일차방정식이다.
㉡ y 에 관한 이차방정식이다.
㉢ 미지수가 2 개인 일차방정식이다.
㉣ 미지수가 분모에 있으면 일차가 아니다.
㉤ x 에 관한 이차방정식이다.
㉥ x, y 에 관한 이차방정식이다.

2. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+ay=-4 \\ bx-5y=16 \end{cases}$ 의 해가 $(3,-5)$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\begin{cases} 2x+ay=-4 \\ bx-5y=16 \end{cases}$

$x=3, y=-5$ 를 대입하여 각각 a, b 의 값을 구한다.

$a=2, b=-3$

$\therefore a-b=5$

3. x가 $-1, 0, 1, 2$일 때, 부등식 $5 - x > 3$을 참이 되게 하는 x의 해는?

① $-1, 0, 1, 2$　② $-1, 0, 1$　③ $0, 1, 2$

④ $1, 2$　⑤ 2

해설

$5 - x > 3$에서
$x = -1$이면 $5 - (-1) > 3$ (참)
$x = 0$이면 $5 - 0 > 3$ (참)
$x = 1$이면 $5 - 1 > 3$ (참)
$5 - x > 3$을 만족하는 x는 $-1, 0, 1$ 이다.

4. $x = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때, 일차부등식 $4 - x > 3$을 참이 되게 하는 x의 값을 모두 구하면?

① -2　② $-2,\ -1$　③ $-2,\ -1,\ 0$

④ 2　⑤ $1,\ 2$

해설

$4 - x > 3$

$-x > -1$

$\therefore\ x < 1$

5. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3개)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$이다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2>1 \end{cases}$ 을 풀어라.

① $-2 < x \le 1$　② $1 < x \le 2$　③ $-1 \le x < 2$

④ $1 < x < 2$　⑤ $-1 < x \le 2$

해설

$\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2>1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \le -2+6 \\ x>-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x>-1 \end{cases}$

$\therefore\ -1 < x \le 2$

7. 다음은 연립부등식 $2x-4 \le -x+2 < 2x+1$ 를 세 친구가 각각 풀이한 것이다.
다음 중 풀이 과정을 <u>틀린</u> 친구는 누구인지 찾아라.

<지윤>
$2x-4 \le -x+2 < 2x+1$ 을 나누어 풀면
① $2x-4 \le -x+2$
$2x+x \le 2+4$
$3x \le 6$
$x \le 2$
② $-x+2 < 2x+1$
$-x-2x < 1-2$
$-3x < -1$
$x > \frac{1}{3}$
⋮

<미진>
$2x-4 \le -x+2 < 2x+1$ 의 각 변에 $2x$ 를 빼면
$-4 \le -3x+2 < 1$ 이다.
그리고 각 변에 2를 뺀 후 각 변에 -3으로 나누면
$-6 \le -3x < -1$
$\frac{1}{3} < x \le \frac{6}{3}$
⋮

<동호>
$2x-4 \le -x+2 < 2x+1$ 을 나누어 풀면
① $2x-4 \le -x+2$
$2x+x \le 2+4$
$3x \le 6$
$x \le 2$
② $2x-4 < 2x+1$
⋮

▶ 답:

▷ 정답: 동호

해설

(풀이) 지윤이의 풀이와 미진이의 풀이는 제대로 풀었다. 동호의 풀이는
②
$2x-4 < 2x+1$
부분을 $-x+2 < 2x+1$ 로 고쳐서 풀어야 한다.

8. 일차함수 $y = ax$ 의 그래프가 $(-3,\ 9)$를 지난다고 할 때, 다음 중 이 그래프 위에 있지 않은 점은?

① $(1,\ -3)$ ② $(0,\ 0)$ ③ $(2,\ 6)$

④ $(3,\ -9)$ ⑤ $(4,\ -12)$

해설

$y = ax$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 9)$를 지나므로 $9 = a(-3), a = -3$ 이다.

$y = -3x$의 그래프 위에 있지 않은 점은 점 $(2,\ 6)$이다.

9. 좌표평면 위에서 두 직선 $3x-2y=3$와 $2x+ay=2$의 교점의 좌표가 $(2,\ b)$일 때, ab의 값을 구하면?

① -8 ② $-\frac{8}{9}$ ③ -2 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3x-2y=3$에 $(2,\ b)$를 대입하면

$6-2b=3$이므로 $b=\frac{3}{2}$

$2x+ay=2$에 $\left(2,\ \frac{3}{2}\right)$을 대입하면

$4+\frac{3}{2}a=2$이므로 $a=-\frac{4}{3}$

$\therefore\ ab=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{3}{2}=-2$이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - y = 15 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ 의 해가 $(a,\ b)$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 7 ② 14 ③ 25 ④ 28 ⑤ 32

해설

연립방정식 두 식을 더하면, $5x = 20$ 이므로 $x = 4$, $y = -3$ 이다.
$\therefore a^2 + b^2 = 4^2 + (-3)^2 = 16 + 9 = 25$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 3(x+y)-2x=18 \\ -\dfrac{x}{3}+\dfrac{7y}{3}=4 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=9$

▷ 정답: $y=3$

해설

$\begin{cases} 3x+3y-2x=18 \\ -x+7y=12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3y=18 \cdots ㉠ \\ -x+7y=12 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ + ㉡을 하면 $10y=30, y=3$ 이므로 $x=9$ 이다.

12. 다음 중 연립방정식 $-\frac{y}{2} = \frac{y-4x}{2} = \frac{-x-y}{3}$ 의 해가 될 수 있는 것은?

① $x=2,\ y=-2$　② $x=-3,\ y=-1$

③ $x=4,\ y=-2$　④ $x=-1,\ y=2$

⑤ $x=1,\ y=2$

해설

$$\begin{cases} -\frac{y}{2} = \frac{y-4x}{2} \\ -\frac{y}{2} = \frac{-x-y}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y = y-4x \\ -3y = -2x-2y \end{cases}$$

두 식을 정리하면 모두 $y=2x$가 된다.
따라서 해가 될 수 있는 것은 ⑤이다.

13. x , y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax+y=5 \\ 2x-y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 값은?

① $a=-1,\ b=3$ ② $a=1,\ b=3$

③ $a=2,\ b=5$ ④ $a=2,\ b=-5$

⑤ $a=-2,\ b=-5$

해설

첫 번째 식에 $\times(-1)$ 을 해 주면 $-ax-y=-5$ 가 되고 이것이 두 번째 식과 일치해야 하므로 $-a=2,\ -5=b$ 가 된다. 따라서 $a=-2,\ b=-5$ 이다.

14. 어린이 대공원의 입장료가 어린이는 500 원, 어른은 1200 원이라고 한다. 어른과 어린이를 합해 모두 46 명이 입장을 하였고 총 입장료는 27200 원이었다. 입장한 어른은 모두 몇 명인가?

① 6 명 ② 8 명 ③ 10 명 ④ 12 명 ⑤ 14 명

해설

어른이 x 명, 어린이가 y 명 입장하였다고 하면

$$\begin{cases} x+y=46 \\ 1200x+500y=27200 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=6,\ y=40$ 이다.

15. 부등식 $\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 만족하는 자연수 x의 개수가 6개일 때, 자연수 a의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\frac{6x+9}{3}-\frac{2x+6}{2}<a$를 정리하면

$2x+3-(x+3)<a$

$2x+3-x-3<a$

$\therefore\ x<a$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \le a < 8$ 이 되어야 한다.

따라서 $a=7$이다.

16. 일차함수 $y = -\frac{3}{2}x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a,\ -7)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 6$

해설

$y = -\frac{3}{2}x + 2$ 에 $(a,\ -7)$ 를 대입하면

$-7 = -\frac{3}{2}a + 2$

$\frac{3}{2}a = 9$

$\therefore\ a = 6$

17. 일차함수 $y = ax + 8$ 의 그래프는 x 의 값은 3 만큼 증가할 때, y 의 값은 4 만큼 증가한다. 이 그래프의 x 절편은?

① -9 ② -6 ③ -3 ④ 3 ⑤ 6

해설

기울기 $= \frac{4}{3} = a$

$y = \frac{4}{3}x + 8$ 에서 x 절편 : -6

18. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 고르면?

① $\begin{cases} x \le 5 \\ x \ge 5 \end{cases}$

② $\begin{cases} x \ge -1 \\ -2x < -6 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 7x - 1 > x - 3 \\ 4x - 6 \le x - 5 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 5(x+1) \ge -10 \\ x \le -3 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 5x - 12 > 8 \\ x \le 4 \end{cases}$

해설

① $\begin{cases} x \le 5 \\ x \ge 5 \end{cases}$

$\therefore x = 5$

② $\begin{cases} x \ge -1 \\ -2x < -6 \end{cases}$

$\therefore x > 3$

③ $\begin{cases} 7x - 1 > x - 3, & x > -\dfrac{1}{3} \\ 4x - 6 \le x - 5, & x \le \dfrac{1}{3} \end{cases}$

$\therefore -\dfrac{1}{3} < x \le \dfrac{1}{3}$

④ $\begin{cases} 5(x+1) \ge -10, & x \ge -3 \\ x \le -3 \end{cases}$

$\therefore x = -3$

⑤ $\begin{cases} 5x - 12 > 8, & x > 4 \\ x \le 4 \end{cases}$

$\therefore$ 해는 없다.

19. 다음의 연립부등식을 풀었더니 $x = m$ 인 해가 나왔다. 이때, $8m + a$ 의 값을 구하면?

$$\begin{cases} 3x - 7 \le x + 3 \\ -\dfrac{x + a}{2} \le 3x + 1 \end{cases}$$

① 27 ② 19 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$3x - 7 \le x + 3$ 을 풀면 $x \le 5$ 이고, $-\dfrac{x + a}{2} \le 3x + 1$ 에서는 $x \ge \dfrac{-a - 2}{7}$ 이다.

이때 연립부등식을 만족하는 해가 하나만 존재하기 위해서는 $\dfrac{-a - 2}{7} = 5$ 이어야 하므로

$a = -37$ 이다. 그리고 $m = 5$

따라서 $8m + a = 8 \times 5 + (-37) = 3$ 이다.

20. 어떤 평행사변형의 세로의 길이가 가로의 길이에서 1cm 을 더한 후 2 배한 것과 같다고 한다. 이 평행사변형의 둘레의 길이가 20cm 이상 35 cm 미만이고, 가로의 길이를 x cm 라 할 때, x 의 범위로 옳은 것은?

① $\frac{8}{3} \le x \le \frac{31}{6}$ ② $\frac{8}{3} < x \le \frac{31}{6}$ ③ $\frac{8}{3} < x < \frac{31}{6}$
④ $\frac{8}{3} \le x < \frac{31}{6}$ ⑤ $\frac{8}{3} \le x$

해설

가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이를 $2(x+1)$ cm이다. 이러한 평행사변형 둘레의 길이를 식으로 나타내면 $2x+2\times2(x+1)$ 이고, 정리하면 $6x+4$ 이다. 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만을 식으로 표현하면, $20 \le 6x+4 < 35$ 이므로 이를 연립부등식으로 바꾸면 $\begin{cases} 20 \le 6x+4 \\ 6x+4 < 35 \end{cases}$ 이고 정리하면 $\begin{cases} x \ge \frac{8}{3} \\ x < \frac{31}{6} \end{cases}$ 이다.

따라서 가로의 길이의 범위는 $\frac{8}{3} \le x < \frac{31}{6}$ 이다.

21. 일차함수 $y = f(x)$에 대하여 $f(-2) = a$, $f(b) = 3$인 일차함수가 $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$일 때, $a - b$의 값은?

① 2 ② −2 ③ 0 ④ 6 ⑤ −6

해설

$f(-2) = a$에서

$a = (-\frac{1}{2}) \times (-2) + 1,\ a = 2$

$f(b) = 3$에서

$3 = (-\frac{1}{2}) \times b + 1,\ b = -4$

$\therefore a - b = 6$

22. 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-2$ 의 그래프의 x 절편과 $y=2x-6+b$ 의 그래프의 y 절편이 서로 같을 때, 상수 b 의 값은?

① -2 ② 2 ③ 1 ④ 7 ⑤ 10

해설

$y=\frac{1}{2}x-2$ 의 그래프의 x 절편은 $0=\frac{1}{2}x-2$, $x=4$ 이고,
$y=2x-6+b$ 의 그래프의 y 절편은 $-6+b$ 이다.
$\therefore -6+b=4,\ b=10$

23. 소금과 물의 혼합물에 물 1g 을 넣었더니 20% 의 농도가 되었다. 다시 이 혼합물에 소금 1g 을 넣었더니 $\frac{1}{3}$ 의 농도가 되었다. 처음 혼합물 속의 소금의 농도는 몇 % 인지 구하여라.

▶ 답 : _____ %

▷ 정답 : 25 %

해설

처음 혼합물에 물 xg , 소금 yg 이 있다고 하면
문제의 조건에서

$$\frac{y}{x+y+1} = \frac{1}{5} \cdots ①$$

$$\frac{y+1}{x+y+2} = \frac{1}{3} \cdots ②$$

①, ②에서 $x = 3,\ y = 1$
따라서 처음 소금물의 농도는

$$\frac{y}{x+y} = \frac{1}{3+1} = 0.25(= 25\%)$$

24. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

① $a < 4$ ② $4 < a < 7$ ③ $a \le 7$

④ $4 < a \le 7$ ⑤ $4 \le a \le 7$

해설

$\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ x < \dfrac{a-4}{3} \end{cases}$

정수 x는 $-2, -1, 0$이므로 $0 < \dfrac{a-4}{3} \le 1$

$\therefore\ 4 < a \le 7$

25. 관식이는 5% 소금물 200g 과 10% 소금물을 섞어 8% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 10%의 소금물을 얼마만큼 넣어 주어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g이하

▷ 정답 : 300 g이하

해설

5% 의 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{5}{100} \times 200 = 10(\text{g})$ 이다.

10% 의 소금물 x g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times x = \frac{x}{10}(\text{g})$ 이다.

5% 의 소금물 200g 과 10% 의 소금물 xg 이 섞여 8% 의 농도일 때, 들어있는 소금의 양은 $\frac{8}{100} \times (200 + x)(\text{g})$ 이다.

$$10 + \frac{x}{10} \leq \frac{8 \times (200 + x)}{100}$$
$$1000 + 10x \leq 1600 + 8x$$
$$2x \leq 600$$
$$x \leq 300$$

10% 의 소금물을 300g 이하로 넣어주어야 한다.