1. $x+2y=3$, $1 \le y \le 2$ 일 때, x 의 범위를 구하면 $a \le x \le b$ 가 된다. 이 때, $a-b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x+2y=3$에서 $y=\dfrac{3-x}{2}$이므로 $1 \le y \le 2$에 대입하면

$-1 \le \dfrac{3-x}{2} \le 2$, $-2 \le 3-x \le 4$

$-5 \le -x \le 1$, $-1 \le x \le 5$

$\therefore a=-1$, $b=5$

$\therefore a-b=-6$

2. $-4 \le x \le a,\ 1 \le y \le 5$ 에서 $\frac{1}{2}x + 3y$ 의 최댓값이 16 일때, a 는?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$-4 \le x \le a$ 에서 $-2 \le \frac{1}{2}x \le \frac{a}{2} \cdots\cdots$ ㉠

$1 \le y \le 5$ 이므로 $3 \le 3y \le 15 \cdots\cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면 $1 \le \frac{1}{2}x + 3y \le \frac{a}{2} + 15$

따라서 최댓값이 16 이므로 $a = 2$

3. 정수 x의 값이 $-2 \le x \le 2$일 때, $2x+1$의 최댓값은?

① -3 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2x+1$은 x에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x가 커지면 $2x+1$값도 커진다.
따라서 $x=2$일 때 $2x+1$값은 최대이고 그 값은 5 이다.

해설

$-2 \le x \le 2 \;\Rightarrow\; -4 \le 2x \le 4$
$\Rightarrow\; -3 \le 2x+1 \le 5$
$\therefore$ 최댓값은 5

4. $-2 \le x \le 3$일 때, $3x-1$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$-2 \le x \le 3$에서 $-6 \le 3x \le 9$, $-7 \le 3x-1 \le 8$
따라서, 최댓값은 8이고 최솟값은 -7이므로 두 값의 합은 1이다.

5. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

① $-1<x<4$　② $-1<x<2$　③ $0<x<1$
④ $0<x<2$　⑤ $0<x<3$

해설
(ⅰ) $x<1$일 때
$-(x-1)-(x-2)<3,\ -2x<0\ \therefore x>0$
그런데 $x<1$이므로 $0<x<1$
(ⅱ) $1\le x<2$일 때
$(x-1)-(x-2)<3,\ 0\cdot x<2$
$\therefore$ 모든 x에 대해 성립
그런데 $1\le x<2$이므로 $1\le x<2$
(ⅲ) $x\ge 2$일 때
$(x-1)+(x-2)<3,\ 2x<6\ \therefore x<3$
그런데 $x\ge 2$이므로 $2\le x<3$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $0<x<3$

6. x가 정수일 때, $|x-2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x의 값을 모두 더하면?

① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 0

해설
$|x-2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$
x는 $-3 \leq x < 3$인 정수
$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

7. 부등식 $|x-1|+|x+2|<9$를 만족하는 정수 x의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(i) $x<-2$일 때

$-(x-1)-(x+2)<9$

$-x+1-x-2<9,\ x>-5$

$\therefore -5<x<2$

(ii) $-2 \le x < 1$일 때

$-(x+1)+x+2<9,\ -x+1+x+2<9$

$0 \cdot x < 6$이므로 $-2 \le x < 1$인 범위의 모든 x는 주어진 부등식의 해가 된다.

$\therefore -2 \le x < 1$

(iii) $x \ge 1$일 때,

$(x-1)+(x+2)<9,\ x<4$

$\therefore 1 \le x < 4$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5<x<4$

따라서 정수는 8개

8. 부등식 $|x-1|<2$을 풀면?

① $-1<x<0$
② $-1<x<3$
③ $1<x<3$
④ $x<-1$ 또는 $x>3$
⑤ $\frac{1}{2}<x<1$

해설

$|x-1|<2$에서 $-2<x-1<2$
$\therefore -1<x<3$

9. 이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a의 값이 <u>아닌</u> 것은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$
이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하므로
$\frac{D}{4}=a^2-(4a+5)<0$
$a^2-4a-5<0,\ (a-5)(a+1)<0$
$\therefore -1<a<5$
따라서 정수 a는 0, 1, 2, 3, 4이다.

10. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $(m+2)x^2-2(m+2)x+4>0$이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

모든 실수 x에 대하여 성립하기 위해서는
$m \geq -2$
$D/4=(m+2)^2-4(m+2)<0$이므로
$m^2+4m+4-4m-8=m^2-4<0$
따라서 $-2 \leq m < 2$이므로
만족하는 정수 m의 개수는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1$의 4개

11. 이차부등식 $(k-1)x^2-2(k-1)x-2>0$이 해를 가지지 않도록 실수 k의 값의 범위는?

① $-1<k<1$　② $-1\le k\le 1$　③ $-1\le k<1$

④ $-2<k<1$　⑤ $-2\le k\le 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x에 대하여

$k-1<0$이고

$(k-1)x^2-2(k-1)x-2\ge 0$이어야 한다.

ⅰ) $k-1<0$에서 $k<1$

ⅱ) $(k-1)x^2-2(k-1)x-2=0$의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2+2(k-1)\le 0,\ k^2-1\le 0$

$(k+1)(k-1)\le 0 \quad \therefore -1\le k\le 1$

ⅰ), ⅱ)의 공통 범위를 구하면 $-1\le k<1$

12. 이차부등식 $ax^2+4x+a<0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a<-2$ ② $a<0$ ③ $a<2$
④ $a<4$ ⑤ $a<8$

해설
$ax^2+4x+a<0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립하려면
ⅰ) $a<0$
ⅱ) $ax^2+4x+a=0$의 판별식을 D라 할 때,
$\frac{D}{4}=2^2-a^2<0$
$a^2-4>0,(a+2)(a-2)>0$
$\therefore a<-2$ 또는 $a>2$
ⅰ), ⅱ)의 공통 범위를 구하면 $a<-2$

13. 부등식 $ax^2+(a+1)x+a \ge 0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a>1$　② $a<-\frac{1}{3}$　③ $a \ge -\frac{1}{3}$
④ $a \le -\frac{1}{3}$　⑤ $-\frac{1}{3}<a<1$

해설

$ax^2+(a+1)x+a \ge 0$을 만족하는 실수가 존재하는 경우는
전체에서 모든 실수 x에 대하여
$ax^2+(a+1)x+a<0$인 경우를 제외하면 된다.
$ax^2+(a+1)x+a<0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면
$a<0 \cdots$ ㉠
또, 이차방정식 $ax^2+(a+1)x+a=0$의 판별식을 D라 할 때,
$D=(a+10)^2-4a^2<0,\ -3a^2+2a+1<0$
$3a^2-2a-1>0,\ (3a+1)(a-1)>0$
$\therefore a<-\frac{1}{3}$ 또는 $a>1 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $a<-\frac{1}{3}$
따라서 $ax^2+(a+1)x+a \ge 0$을 만족하는 실수가 존재하려면
$a \ge -\frac{1}{3}$이면 된다.

14. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+2(a-5)x+2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a<7$ ② $a>9$ ③ $6<a\le 9$
④ $6\le a<9$ ⑤ $7<a<9$

해설
$x^2+2(a-5)x+2(3a-19)>0$ 이므로
이 부등식의 $D<0$ 이다.
$D=(a-5)^2-2(3a-19)=a^2-16a+63<0$
$\therefore 7<a<9$

15. 모든 실수 x, y에 대하여 $x^2+pxy+qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p<q$ ② $p^2 \leq q$ ③ $p \leq q^2$

④ $p^2 \leq 4q$ ⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y에 대하여 $x^2+pxy+qy^2 \geq 0$이 항상 성립하려면 x에 대한 이차방정식 $x^2+pxy+qy^2=0$의 판별식을 D라 할 때

$D=(py)^2-4qy^2 \leq 0$

$(p^2-4q)y^2 \leq 0 \cdots ㉠$

㉠이 모든 실수 y에 대하여 성립하려면

$p^2-4q \leq 0$이어야 한다.

$\therefore p^2 \leq 4q$

16. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 k의 범위를 정하면 $a < k < \beta$이다. 이 때, $\alpha + \beta$의 값은?

① -4　　② -2　　③ 0　　④ 2　　⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$이 모든 x에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다
$D = k^2 + 4k < 0$에서
$k(k+4) < 0$, $-4 < k < 0$,
$\alpha = -4$,　$\beta = 0$
$\therefore$　$\alpha + \beta = -4$

17. 두 부등식 $2x-1>0$, $(x+1)(x-a)<0$을 동시에 만족하는 x의 값의 범위가 $\frac{1}{2}<x<3$ 이 되도록 하는 정수 a의 값은? (단,$a>1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2}\cdots\cdots$ ①

$(x+1)(x-a)<0$

$\therefore -1<x<a\cdots\cdots$ ②

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2}<x<3$ 이므로

$\therefore a=3$

18. 일차부등식 $|x+1|+|x-3|<6$을 만족하는 x의 최대 정수의 값은?

① 6　　② 5　　③ 3　　④ 4　　⑤ 2

해설

i) $x<-1$일 때 $-(x+1)-(x-3)<6,\ -2x<4\ \therefore\ x>-2$
공통부분은 $-2<x<-1$

ii) $-1\le x\le 3$일 때 $x+1-(x-3)<6\ \therefore\ 4<6$
$-1\le x\le 3$은 성립

iii) $x\ge 3$일 때 $x+1+x-3<6,\ 2x<8\ \therefore\ x<4$
공통부분은 $3\le x<4$
세 경우를 합하면 $-2<x<4$

$\therefore$ x의 최대정수 : 3

19. 부등식 $|x| + |x-2| \le 3$을 만족하는 x의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라고 할 때, $m+M$의 값은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

i) $x < 0$일 때 $-2x + 2 \le 3,\ x \ge -\frac{1}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} \le x < 0$

ii) $0 \le x < 2$일 때 $2 \le 3$ $\therefore 0 \le x < 2$

iii) $x \ge 2$일 때 $2x - 2 \le 3,\ x \le \frac{5}{2}$ $\therefore 2 \le x \le \frac{5}{2}$

i) 또는 ii) 또는 iii)을 만족하는 범위를 구하면

$-\frac{1}{2} \le x \le \frac{5}{2}$ $\therefore m + M = 2$

20. 부등식 $|x+1|+|x-2|+1<x+4$을 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$|x+1|+|x-2|+1<x+4$

ⅰ) $x<-1$

$-x-1-x+2+1<x+4,\ x>-\dfrac{2}{3}$

공통범위 없음

ⅱ) $-1\le x<2$

$x+1-x+2+1<x+4,\ x>0$

공통범위 : $0<x<2\to$ 정수 : 1

ⅲ) $x\ge 2$

$x+1+x-2+1<x+4,\ x<4$

공통범위 : $2\le x<4\to$ 정수$=2,\ 3$

$\therefore$ 정수 x의 개수 : 1, 2, 3으로 3개

21. 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$의 해가 $a<x<b$일 때, $a+b$의 값은?

① -1　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 1

해설

$|x-1|+|x+2|<5$에서

i) $x<-2$일 때,

$-(x-1)-(x+2)<5 \quad \therefore \; -2x<6 \quad \therefore \; x>-3$

곧, $x<-2$일 때, $x>-3$

$\therefore \; -3<x<-2 \cdots\cdots\cdots$ ㉠

ii) $-2 \le x<1$일 때,

$-(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore \; -0 \cdot x<2$

이 부등식은 항상 성립하므로

$-2 \le x<1 \cdots\cdots\cdots$ ㉡

iii) $x \ge 1$일 때,

$(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore \; 2x<4 \quad \therefore \; x<2$

곧, $x \ge 1$일 때, $x<2$

$\therefore 1 \le x<2 \cdots\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢으로부터 $-3<x<2$이므로

$a=-3, \; b=2$

$\therefore a+b=-1$

22. 모든 실수 x에 대하여 $x^2 + px + p$가 -3보다 항상 크기 위한 정수 p의 최댓값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 + px + p > -3$

$x^2 + px + (p + 3) > 0$

$D = p^2 - 4(p + 3) = p^2 - 4p - 12 < 0$

$(p - 6)(p + 2) < 0$

$-2 < p < 6$

$\therefore$ 최대정수 : 5

23. $a(x^2-2x+2)>2x$을 만족하는 x가 존재하지 않도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \le 1-\sqrt{2}$ ② $a \le 1$ ③ $a \le 1+\sqrt{2}$

④ $0<a\le 1$ ⑤ $0<a\le \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x에서 $ax^2-2(a+1)x+2a \le 0$

i) $a \le 0$

ii) $D/4=(a+1)^2-2a^2=-a^2+2a+1 \le 0$

$a^2-2a-1 \ge 0$

$\therefore a \le 1-\sqrt{2}$ 또는 $a \ge 1+\sqrt{2}$

$\therefore a \le 1-\sqrt{2}$

24. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하도록 k의 범위를 구하면 $m < k < n$이다. 이 때, $m^2 + n^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하려면

판별식 $D < 0$이다.

$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$

$k^2 + k - 6 < 0$, $(k + 3)(k - 2) < 0$

$-3 < k < 2$

$\therefore m = -3$, $n = 2$

$\therefore$ $m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$

25. 모든 실수 x에 대해 이차부등식 $x^2-x(kx-3)+3>0$이 항상 성립하기 위한 정수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$(1-k)x^2+3x+3>0$

$D=3^2-4\times(1-k)\times3<0$

$\therefore k<\dfrac{3}{12}=0.25$

최대 정수 $k=0$

26. 이차함수 $y=-2x^2-2x+1$ 의 그래프가 직선 $y=mx+n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < \frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6　② -2　③ 2　④ 4　⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2-2x+1 > mx+n$,
즉 $2x^2+(m+2)x+n-1<0$ 의 해가
$-1<x<\frac{3}{2}$ 이므로
방정식 $2x^2+(m+2)x+n-1=0$ 의 해가
$x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ 이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$-\frac{m+2}{2}=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{n-1}{2}=(-1)\cdot\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$ 이므로
$m=-3$, $n=-2$
$\therefore\ mn=6$

27. 이차함수 $y=-x^2+(a-1)x+3a$ 의 그래프가 직선 $y=x-2$ 보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수 a 값의 범위는?

① $-3<a<1$ ② $-6<a<-2$ ③ $a\ge 3$, $a\le -1$

④ $a\ge 0$ ⑤ $a\le 5$

해설

$x-2>-x^2+(a-1)x+3a$

$\Rightarrow x^2-(a-2)x-2-3a>0$

항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.

$\Rightarrow D=(a-2)^2-4(-2-3a)<0$

$\Rightarrow a^2+8a+12<0$

$\Rightarrow -6<a<-2$

28. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$ ② $-\frac{1}{4} < a < 0$ ③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$
④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$2x - a = x^2 - 4ax + 1$

$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$

$D < 0 :\ (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$

$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$

$\therefore\ -\frac{3}{4} < a < 0$

29. 두 함수 $f(x)=mx^2-4x+4$, $g(x)=-2x^2+2mx$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x)<y<f(x)$ 를 만족시키는 실수 y 가 존재할 때, 실수 m 의 범위를 정하면?

① $-3<m<0$　　② $-2<m\le 3$　　③ $0\le m<2$

④ $-2\le m<2$　　⑤ $-2<m\le 4$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(x)-g(x)>0$ 을 만족시키는 조건을 구한다.

$f(x)-g(x)=(m+2)x^2-2(m+2)x+4>0$

(i) $m+2=0$ 이면 $f(x)-g(x)=4>0$

따라서 $m=-2$ 일 때, 성립한다.

(ii) $m+2>0,\ \dfrac{D}{4}<0$ 에서

$-2<m<2$

(i), (ii) 에서 $-2\le m<2$

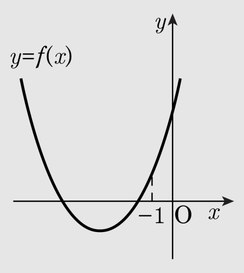
30. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면
방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\dfrac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서

$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$

$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$

(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\dfrac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$

이상에서 $-7<k<-3$

따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

31. 이차방정식 $x^2+2kx+6-k=0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $0 \le k < 7$ ② $-1 \le k \le 2$ ③ $-5 \le k \le -2$

④ $-7 < k \le -1$ ⑤ $-7 < k \le -3$

해설

이차방정식 $x^2+2kx+6-k=0$ 의
두 근이 모두 1 보다 크므로
$f(x)=x^2+2kx+6-k$ 로 놓으면
(ⅰ) $D \ge 0$ 이므로
$k^2+k-6 \ge 0$
$(k+3)(k-2) \ge 0$
$\therefore k \le -3, k \ge 2$
(ⅱ) $x^2+2kx+6-k=(x+k)^2+6-k-k^2$ 에서
$-k > 1$
$\therefore k < -1$
(ⅲ) $f(1) > 0$ 이므로
$1+2k+6-k > 0$
$\therefore k > -7$
따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ) 에서
$\therefore -7 < k \le -3$

32. 이차방정식 $x^2-4x+k=0$의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k의 범위를 구하면 $m<k\le n$이다. mn의 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ −15 ④ −12 ⑤ −10

해설

ⅰ) $D/4=4-k\ge 0$, $k\le 4$
ⅱ) $f(3)>0$, $k>3$ 따라서,
ⅰ) ⅱ)를 모두 만족하는 k의 범위는 $3<k\le 4$
$m=3$, $n=4$ 이므로 $mn=12$

33. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

보기

(i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

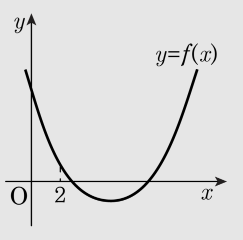
① $8 \le m < 10$, $m > 10$　　② $8 \le m < 10$, $m > 8$

③ $-10 \le m < 10$, $m > 10$　　④ $-10 \le m < 10$, $m > 8$

⑤ $8 \le m < 10$, $m > 12$

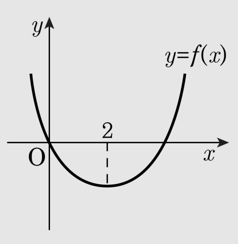
해설

(i) 경계값 $x = 2$ 에서



$f(2) > 0$
축의 위치 $m - 4 > 2$
판별식 $D \ge 0$
$\therefore\ 8 \le m < 10$

(ii)



$f(2) < 0$ 이기만 하면 된다.
$\therefore\ m > 10$

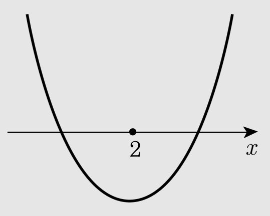
34. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$　　② $m > 1$　　③ $m > -2$

④ $m > 2$　　⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다
작은 근을 가지면 $f(2) < 0$
$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$이므로 $m > 3$



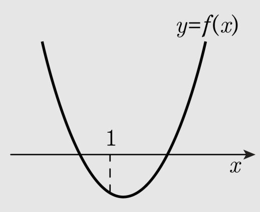
35. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$ ② $m > -2$ ③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$ ⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore \ m > 5$

36. 이차방정식 $(x-1)(x-3)+m(x-k)=0$이 모든 실수 m에 대하여 항상 서로 다른 두 실근을 가지도록 k의 값의 범위를 정하면?

① $0<k<1$　　② $1<k<3$　　③ $-1<k<1$

④ $-1<k<2$　　⑤ $-1<k<3$

해설

$x^2+(m-4)x+3-mk=0$은

서로 다른 두 실근을 가지므로

$D=(m-4)^2-12+4mk>0$

이것을 정리하면

$m^2+4(k-2)m+4>0 \cdots (\text{i})$

(i)는 모든 실수 m에 대하여 성립해야 하므로

$4(k-2)^2-4<0$

$\therefore\ (k-1)(k-3)<0$

$\therefore\ 1<k<3$

37. x에 관한 이차방정식 $x^2+(a^2-5a-6)x-a+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a의 값을 모두 더하면?

① 15　② 17　③ 19　④ 20　⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) < 0
양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로
(두 근의 곱) < 0이므로
$-a+1<0 \quad \therefore a>1 \cdots$ ①
(두 근의 합) ≥ 0이므로
$-(a^2-5a-6) \geq 0$
$a^2-5a-6 \leq 0$
$(a-6)(a+1) \leq 0$
$\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots$ ②
①, ② 에서 $a=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$
$\therefore\ 2+3+4+5+6=20$

38. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$가 절대부등식이 되기 위한 실수 k값의 범위를 구하면?

① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$

② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$

③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$

④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$

⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

ⅰ) 서로 다른 두 실근을 가지려면,
$D' = k^2 - (2k + 4) > 0$이므로
$k^2 - 2k - 4 > 0$
$k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $k > 1 + \sqrt{5}$ $\cdots$ ①
ⅱ) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$이 절대부등식이 되려면
$D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0$이므로$(k + 2)(k - 6) \leq 0$
$-2 \leq k \leq 6$ $\cdots$ ②
①, ②의 공통범위는
$-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$

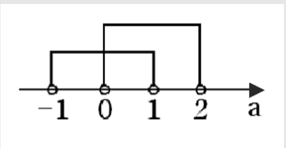
39. $x^2-2ax+1=0,\ x^2-2ax+2a=0$중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a의 범위를 정할 때, $\alpha \le a < \beta$이다. 이때 $\alpha+\beta$의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\frac{D_1}{4}=a^2-1<0$에서 $-1<a<1$

$\frac{D_2}{4}=a^2-2a<0$에서 $0<a<2$



그림에서 $a>0$이므로 $1 \le a < 2$

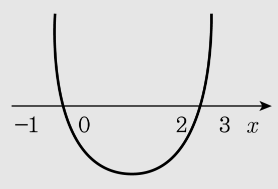
$\therefore\ \alpha=1,\ \beta=2$

40. 이차방정식 $ax^2-(a+1)x-1=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $-1<\alpha<0$, $2<\beta<3$이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a>0$)

① $\frac{2}{3}<a<1$　② $\frac{2}{3}<a<\frac{3}{2}$　③ $\frac{3}{2}<a<2$
④ $\frac{3}{2}<a<\frac{5}{2}$　⑤ $\frac{3}{2}<a<3$

해설

$f(0)=-1<0$ 이므로 $y=ax^2-(a+1)x-1$의
그래프는 다음 그림과 같다.



$f(-1)=a+(a+1)-1>0$에서
$a>0$ ⋯ ㉠

$f(2)=4a-2(a+1)-1<0$에서 $a<\frac{3}{2}$ ⋯ ㉡

$f(3)=9a-3(a+1)-1>0$에서 $a>\frac{2}{3}$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢ 에서 $\frac{2}{3}<a<\frac{3}{2}$

41. 이차부등식 $x^2-3x+2<0$을 만족하는 모든 x가 이차부등식 $x^2-2ax+a-1<0$을 만족할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a>0$　　② $a>1$　　③ $0<a<1$

④ $0\le a\le 1$　　⑤ $a\ge 1$

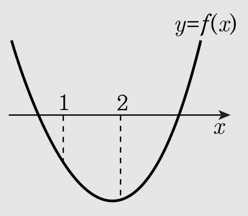
해설

$x^2-3x+2<0$에서 $(x-1)(x-2)<0$

$\therefore 1<x<2$

이차부등식 $x^2-2ax+a-1<0$이 $1<x<2$에서 항상 성립해야하므로

$f(x)=x^2-2ax+a-1$로 놓으면 다음 그림과 같이 $f(1)\le 0$, $f(2)\le 0$이어야 한다.



$f(1)=1-2a+a-1\le 0$에서 $a\ge 0$ ······ ㉠

$f(2)=4-4a+a-1\le 0$에서 $a\ge 1$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $a\ge 1$

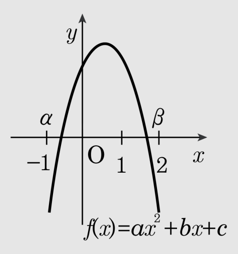
42. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 α, β 가 $-1 < \alpha < 0,\ 1 < \beta < 2$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면 ? (단, $a < 0$)

㉠ $c < 0$	㉡ $ab < 0$
㉢ $a - b + c < 0$	㉣ $a + 2b + 4c > 0$

① ㉠　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c(a < 0)$ 로 놓으면
$-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 에서
㉠) $f(0) = c > 0$
㉡) 꼭짓점의 x좌표가 양이므로 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ $\therefore ab < 0$
㉢) $f(-1) = a - b + c < 0$
㉣) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{a}{4} + \dfrac{b}{2} + c > 0,\ \dfrac{1}{4}(a + 2b + 4c) > 0$
$\therefore a + 2b + 4c > 0$



43. 이차방정식 $x^2+ax-2=0$ 의 두 실근 α, β에 대하여 $-2<\alpha<0$, $1<\beta<3$ 이 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $-\frac{13}{3}<a<-1$　② $-\frac{10}{3}<a<0$　③ $-\frac{7}{3}<a<1$
④ $-\frac{5}{3}<a<2$　⑤ $-\frac{2}{3}<a<3$

해설

$f(x)=x^2+ax-2$ 로 놓으면 $-2<\alpha<0$, $1<\beta<3$ 이므로
$f(-2)>0$, $f(0)<0$, $f(1)<0$, $f(3)>0$ 이어야 한다.
$f(-2)=-2a+2>0$ 에서 $a<1$
$f(0)=-2<0$
$f(1)=a-1<0$ 에서 $a<1$
$f(3)=3a+7>0$ 에서 $a>-\frac{7}{3}$
$\therefore\ -\frac{7}{3}<a<1$