

1. $x + 2y = 3$, $1 \leq y \leq 2$ 일 때, x 의 범위를 구하면 $a \leq x \leq b$ 가 된다.
이 때, $a - b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$x + 2y = 3$ 에서 $y = \frac{3-x}{2}$ 이므로 $1 \leq y \leq 2$ 에 대입하면

$$-1 \leq \frac{3-x}{2} \leq 2, \quad -2 \leq 3-x \leq 4$$

$$-5 \leq -x \leq 1, \quad -1 \leq x \leq 5$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 5$$

$$\therefore a - b = -6$$

2. $-4 \leq x \leq a$, $1 \leq y \leq 5$ 에서 $\frac{1}{2}x + 3y$ 의 최댓값이 16일때, a 는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-4 \leq x \leq a \text{에서 } -2 \leq \frac{1}{2}x \leq \frac{a}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1 \leq y \leq 5 \text{ 이므로 } 3 \leq 3y \leq 15 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{을 하면 } 1 \leq \frac{1}{2}x + 3y \leq \frac{a}{2} + 15$$

따라서 최댓값이 16이므로 $a = 2$

3. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

① -3

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.

따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$$

$\therefore$ 최댓값은 5

4. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, $3x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-6 \leq 3x \leq 9$, $-7 \leq 3x - 1 \leq 8$

따라서, 최댓값은 8이고 최솟값은 -7이므로 두 값의 합은 1이다.

5. 부등식 $|x-1| + |x-2| < 3$ 을 풀면?

① $-1 < x < 4$

② $-1 < x < 2$

③ $0 < x < 1$

④ $0 < x < 2$

⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때

$$-(x-1) - (x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때

$$(x-1) - (x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$$

$\therefore$ 모든 x 에 대해 성립

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$(x-1) + (x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(i), (ii), (iii) 에서 $0 < x < 3$

6. x 가 정수일 때, $|x - 2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 0

해설

$$|x - 2| \leq 5 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$$

x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수

-3, -2, -1, 0, 1, 2

7. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때

$$-(x - 1) - (x + 2) < 9$$

$$-x + 1 - x - 2 < 9, x > -5$$

$$\therefore -5 < x < 2$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$-(x + 1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$$

$0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

(iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$(x - 1) + (x + 2) < 9, x < 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 4$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$

따라서 정수는 8개

8. 부등식 $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

① $-1 < x < 0$

② $-1 < x < 3$

③ $1 < x < 3$

④ $x < -1$ 또는 $x > 3$

⑤ $\frac{1}{2} < x < 1$

해설

$$|x - 1| < 2 \text{에서 } -2 < x - 1 < 2$$

$$\therefore -1 < x < 3$$

9. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

10. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$ 이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m 의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하기 위해서는

$$m \geq -2$$

$$D/4 = (m+2)^2 - 4(m+2) < 0 \text{ 이므로}$$

$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 8 = m^2 - 4 < 0$$

따라서 $-2 \leq m < 2$ 이므로

만족하는 정수 m 의 개수는

$-2, -1, 0, 1$ 의 4개

11. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 > 0$ 이 해를 가지지 않도록 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 1$

② $-1 \leq k \leq 1$

③ $-1 \leq k < 1$

④ $-2 < k < 1$

⑤ $-2 \leq k \leq 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x 에 대하여

$k-1 < 0$ 이고

$(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 \geq 0$ 이어야 한다.

i) $k-1 < 0$ 에서 $k < 1$

ii) $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을

D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 2(k-1) \leq 0, \quad k^2 - 1 \leq 0$$

$$(k+1)(k-1) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq k \leq 1$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $-1 \leq k < 1$

12. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a < 0$

③ $a < 2$

④ $a < 4$

⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

i) $a < 0$

ii) $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$$\therefore a < -2 \text{ 또는 } a > 2$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

13. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 1$

② $a < -\frac{1}{3}$

③ $a \geq -\frac{1}{3}$

④ $a \leq -\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} < a < 1$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x 에 대하여

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 인 경우를 제외하면 된다.

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $a < 0 \cdots \textcircled{㉠}$

또, 이차방정식 $ax^2 + (a+1)x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$D = (a+1)^2 - 4a^2 < 0, \quad -3a^2 + 2a + 1 < 0$$

$$3a^2 - 2a - 1 > 0, \quad (3a+1)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a > 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $a < -\frac{1}{3}$

따라서 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하려면 $a \geq -\frac{1}{3}$ 이면 된다.

14. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a < 7$

② $a > 9$

③ $6 < a \leq 9$

④ $6 \leq a < 9$

⑤ $7 < a < 9$

해설

$x^2 + 2(a - 5)x + 2(3a - 19) > 0$ 이므로
이 부등식의 $D < 0$ 이다.

$$D = (a - 5)^2 - 2(3a - 19) = a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

15. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p < q$

② $p^2 \leq q$

③ $p \leq q^2$

④ $p^2 \leq 4q$

⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면
 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + pxy + qy^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = (py)^2 - 4qy^2 \leq 0$$

$$(p^2 - 4q)y^2 \leq 0 \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 모든 실수 y 에 대하여 성립하려면

$$p^2 - 4q \leq 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore p^2 \leq 4q$$

16. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $\alpha < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다

$$D = k^2 + 4k < 0 \text{에서}$$

$$k(k + 4) < 0, -4 < k < 0,$$

$$\alpha = -4, \beta = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4$$

17. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

18. 일차부등식 $|x + 1| + |x - 3| < 6$ 을 만족하는 x 의 최대 정수의 값은?

① 6

② 5

③ 3

④ 4

⑤ 2

해설

i) $x < -1$ 일 때 $-(x + 1) - (x - 3) < 6$, $-2x < 4 \therefore x > -2$

공통부분은 $-2 < x < -1$

ii) $-1 \leq x \leq 3$ 일 때 $x + 1 - (x - 3) < 6 \therefore 4 < 6$

$-1 \leq x \leq 3$ 은 성립

iii) $x \geq 3$ 일 때 $x + 1 + x - 3 < 6$, $2x < 8 \therefore x < 4$

공통부분은 $3 \leq x < 4$

세 경우를 합하면 $-2 < x < 4$

$\therefore x$ 의 최대정수 : 3

19. 부등식 $|x| + |x - 2| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라고 할 때, $m + M$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

i) $x < 0$ 일 때 $-2x + 2 \leq 3, x \geq -\frac{1}{2}$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때 $2 \leq 3 \quad \therefore 0 \leq x < 2$

iii) $x \geq 2$ 일 때 $2x - 2 \leq 3, x \leq \frac{5}{2} \quad \therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$

i) 또는 ii) 또는 iii)을 만족하는 범위를 구하면

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \quad \therefore m + M = 2$$

20. 부등식 $|x+1|+|x-2|+1 < x+4$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$|x+1|+|x-2|+1 < x+4$$

i) $x < -1$

$$-x-1-x+2+1 < x+4, x > -\frac{2}{3}$$

공통범위 없음

ii) $-1 \leq x < 2$

$$x+1-x+2+1 < x+4, x > 0$$

$$\text{공통범위 : } 0 < x < 2 \rightarrow \text{정수 : } 1$$

iii) $x \geq 2$

$$x+1+x-2+1 < x+4, x < 4$$

$$\text{공통범위 : } 2 \leq x < 4 \rightarrow \text{정수} = 2, 3$$

$\therefore$ 정수 x 의 개수 : 1, 2, 3으로 3개

21. 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 1

해설

$|x-1|+|x+2|<5$ 에서

i) $x < -2$ 일 때,

$$-(x-1)-(x+2)<5 \quad \therefore -2x<6 \quad \therefore x>-3$$

곧, $x < -2$ 일 때, $x > -3$

$$\therefore -3 < x < -2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때,

$$-(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore -0 \cdot x < 2$$

이 부등식은 항상 성립하므로

$$-2 \leq x < 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore 2x<4 \quad \therefore x<2$$

곧, $x \geq 1$ 일 때, $x < 2$

$$\therefore 1 \leq x < 2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 $-3 < x < 2$ 이므로

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore a+b = -1$$

22. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + px + p$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 정수 p 의 최댓값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + px + p > -3$$

$$x^2 + px + (p + 3) > 0$$

$$D = p^2 - 4(p + 3) = p^2 - 4p - 12 < 0$$

$$(p - 6)(p + 2) < 0$$

$$-2 < p < 6$$

∴ 최대정수 : 5

23. $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq 1 - \sqrt{2}$

② $a \leq 1$

③ $a \leq 1 + \sqrt{2}$

④ $0 < a \leq 1$

⑤ $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x 에서 $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i) $a \leq 0$

ii) $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$$a^2 - 2a - 1 \geq 0$$

$$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2} \quad \text{또는} \quad a \geq 1 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$$

24. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하도록 k 의 범위를 구하면 $m < k < n$ 이다. 이 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$$k^2 + k - 6 < 0, (k + 3)(k - 2) < 0$$
$$-3 < k < 2$$

$$\therefore m = -3, n = 2$$

$$\therefore m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$$

25. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

26. 이차함수 $y = -2x^2 - 2x + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < \frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2 - 2x + 1 > mx + n$,

즉 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 < 0$ 의 해가

$-1 < x < \frac{3}{2}$ 이므로

방정식 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 = 0$ 의 해가

$x = -1$ 또는 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{m+2}{2} = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{n-1}{2} = (-1) \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$m = -3, \quad n = -2$$

$$\therefore mn = 6$$

27. 이차함수 $y = -x^2 + (a-1)x + 3a$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수 a 값의 범위는?

① $-3 < a < 1$

② $-6 < a < -2$

③ $a \geq 3, a \leq -1$

④ $a \geq 0$

⑤ $a \leq 5$

해설

$$x - 2 > -x^2 + (a-1)x + 3a$$

$$\Rightarrow x^2 - (a-2)x - 2 - 3a > 0$$

항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow D = (a-2)^2 - 4(-2-3a) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a + 12 < 0$$

$$\Rightarrow -6 < a < -2$$

28. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$

② $-\frac{1}{4} < a < 0$

③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$$2x - a = x^2 - 4ax + 1$$

$$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$$

$$D < 0 : (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$$

$$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < a < 0$$

29. 두 함수 $f(x) = mx^2 - 4x + 4$, $g(x) = -2x^2 + 2mx$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) < y < f(x)$ 를 만족시키는 실수 y 가 존재할 때, 실수 m 의 범위를 정하면?

① $-3 < m < 0$

② $-2 < m \leq 3$

③ $0 \leq m < 2$

④ $-2 \leq m < 2$

⑤ $-2 < m \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) - g(x) > 0$ 을 만족시키는 조건을 구한다.

$$f(x) - g(x) = (m + 2)x^2 - 2(m + 2)x + 4 > 0$$

(i) $m + 2 = 0$ 이면 $f(x) - g(x) = 4 > 0$

따라서 $m = -2$ 일 때, 성립한다.

(ii) $m + 2 > 0$, $\frac{D}{4} < 0$ 에서

$$-2 < m < 2$$

(i), (ii) 에서 $-2 \leq m < 2$

30. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

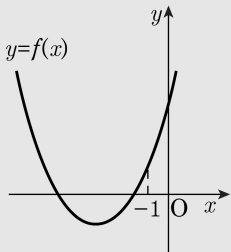
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

$$\text{이상에서 } -7 < k < -3$$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3 개다.

31. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k < 7$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $-5 \leq k \leq -2$

④ $-7 < k \leq -1$

⑤ $-7 < k \leq -3$

해설

이차방정식 $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$ 의

두 근이 모두 1보다 크므로

$f(x) = x^2 + 2kx + 6 - k$ 로 놓으면

(i) $D \geq 0$ 이므로

$$k^2 + k - 6 \geq 0$$

$$(k + 3)(k - 2) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -3, k \geq 2$$

(ii) $x^2 + 2kx + 6 - k = (x + k)^2 + 6 - k - k^2$ 에서

$$-k > 1$$

$$\therefore k < -1$$

(iii) $f(1) > 0$ 이므로

$$1 + 2k + 6 - k > 0$$

$$\therefore k > -7$$

따라서 (i), (ii), (iii) 에서

$$\therefore -7 < k \leq -3$$

32. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k 의 범위를 구하면 $m < k \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하면?

① 10

② 12

③ -15

④ -12

⑤ -10

해설

i) $D/4 = 4 - k \geq 0, k \leq 4$

ii) $f(3) > 0, k > 3$ 따라서,

i) ii)를 모두 만족하는 k 의 범위는 $3 < k \leq 4$

$m = 3, n = 4$ 이므로 $mn = 12$

33. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

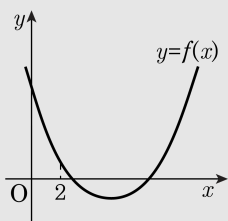
보기

- (i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

- ① $8 \leq m < 10, m > 10$ ② $8 \leq m < 10, m > 8$
③ $-10 \leq m < 10, m > 10$ ④ $-10 \leq m < 10, m > 8$
⑤ $8 \leq m < 10, m > 12$

해설

- (i) 경계값 $x = 2$ 에서



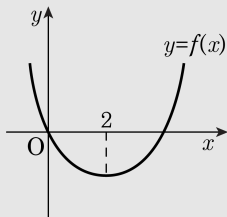
$$f(2) > 0$$

$$\text{축의 위치 } m - 4 > 2$$

$$\text{판별식 } D \geq 0$$

$$\therefore 8 \leq m < 10$$

- (ii)



$$f(2) < 0 \text{ 이기만 하면 된다.}$$

$$\therefore m > 10$$

34. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$

② $m > 1$

③ $m > -2$

④ $m > 2$

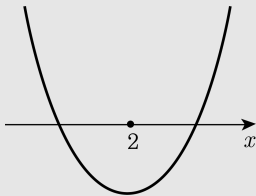
⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크
고 2보다

작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로 $m > 3$



35. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

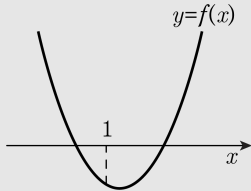
⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore m > 5$



36. 이차방정식 $(x-1)(x-3) + m(x-k) = 0$ 이 모든 실수 m 에 대하여 항상 서로 다른 두 실근을 가지도록 k 의 값의 범위를 정하면?

① $0 < k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $-1 < k < 1$

④ $-1 < k < 2$

⑤ $-1 < k < 3$

해설

$x^2 + (m-4)x + 3 - mk = 0$ 은

서로 다른 두 실근을 가지므로

$$D = (m-4)^2 - 12 + 4mk > 0$$

이것을 정리하면

$$m^2 + 4(k-2)m + 4 > 0 \cdots (i)$$

(i)는 모든 실수 m 에 대하여 성립해야 하므로

$$4(k-2)^2 - 4 < 0$$

$$\therefore (k-1)(k-3) < 0$$

$$\therefore 1 < k < 3$$

37. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + (a^2 - 5a - 6)x - a + 1 = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a 의 값을 모두 더하면?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) < 0

양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로

(두 근의 곱) < 0 이므로

$$-a + 1 < 0 \quad \therefore a > 1 \cdots \textcircled{1}$$

(두 근의 합) ≥ 0 이므로

$$-(a^2 - 5a - 6) \geq 0$$

$$a^2 - 5a - 6 \leq 0$$

$$(a - 6)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $a = 2, 3, 4, 5, 6$

$$\therefore 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

38. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 가 절대부등식이 되기 위한 실수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$
 ② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$
 ③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$
 ④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$
 ⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

i) 서로 다른 두 실근을 가지려면,

$$D' = k^2 - (2k + 4) > 0 \text{ 이므로}$$

$$k^2 - 2k - 4 > 0$$

$$k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } k > 1 + \sqrt{5} \quad \dots \text{ ①}$$

ii) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 이 절대부등식이 되려면

$$D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0 \text{ 이므로 } (k + 2)(k - 6) \leq 0$$

$$-2 \leq k \leq 6 \quad \dots \text{ ②}$$

①, ②의 공통범위는

$$-2 \leq k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } 1 + \sqrt{5} < k \leq 6$$

39. $x^2 - 2ax + 1 = 0$, $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a 의 범위를 정할 때, $\alpha \leq a < \beta$ 이다. 이때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

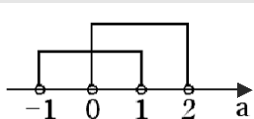
④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - 1 < 0 \text{에서 } -1 < a < 1$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - 2a < 0 \text{에서 } 0 < a < 2$$



그림에서 $a > 0$ 이므로 $1 \leq a < 2$

$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$

40. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $-1 < \alpha < 0$, $2 < \beta < 3$ 이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a > 0$)

① $\frac{2}{3} < a < 1$

② $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$

⑤ $\frac{3}{2} < a < 3$

해설

$f(0) = -1 < 0$ 이므로 $y = ax^2 - (a+1)x - 1$ 의

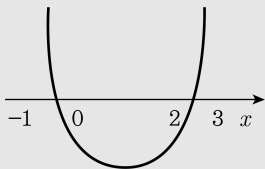
그래프는 다음 그림과 같다.

$f(-1) = a + (a+1) - 1 > 0$ 에서
 $a > 0 \dots \textcircled{\Gamma}$

$f(2) = 4a - 2(a+1) - 1 < 0$ 에서 $a < \frac{3}{2} \dots \textcircled{\text{L}}$

$f(3) = 9a - 3(a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > \frac{2}{3} \dots \textcircled{\text{E}}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$ 에서 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$



41. 이차부등식 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 을 만족하는 모든 x 가 이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a > 1$

③ $0 < a < 1$

④ $0 \leq a \leq 1$

⑤ $a \geq 1$

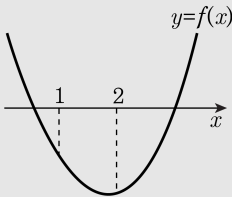
해설

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \text{에서 } (x-1)(x-2) < 0$$

$$\therefore 1 < x < 2$$

이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 이 $1 < x < 2$ 에서 항상 성립해야하므로

$f(x) = x^2 - 2ax + a - 1$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $f(1) \leq 0$, $f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(1) = 1 - 2a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 0 \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

$$f(2) = 4 - 4a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 1 \dots\dots \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}} \text{에서 } a \geq 1$$

42. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 α, β 가 $-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)

㉠ $c < 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $a + 2b + 4c > 0$

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c (a < 0)$ 로 놓으면

$-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 에서

㉠) $f(0) = c > 0$

㉡) 꼭짓점의 x 좌표가 양이므로 $-\frac{b}{2a} > 0$

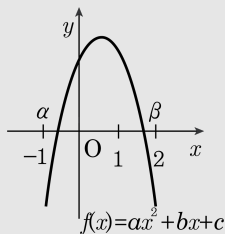
$0 \therefore ab < 0$

㉢) $f(-1) = a - b + c < 0$

㉣) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c > 0, \frac{1}{4}(a + 2b +$

$4c) > 0$

$\therefore a + 2b + 4c > 0$



43. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{13}{3} < a < -1$

② $-\frac{10}{3} < a < 0$

③ $-\frac{7}{3} < a < 1$

④ $-\frac{5}{3} < a < 2$

⑤ $-\frac{2}{3} < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + ax - 2$ 로 놓으면 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이므로
 $f(-2) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(3) > 0$ 이어야 한다.

$$f(-2) = -2a + 2 > 0 \text{ 에서 } a < 1$$

$$f(0) = -2 < 0$$

$$f(1) = a - 1 < 0 \text{ 에서 } a < 1$$

$$f(3) = 3a + 7 > 0 \text{ 에서 } a > -\frac{7}{3}$$

$$\therefore -\frac{7}{3} < a < 1$$