1. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$

① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$3x^2 + 2x = 5$

$3x^2 + 2x - 5 = 0$

$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $-\frac{5}{3}$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 25 ② 29 ③ 36 ④ 47 ⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$

$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$

3. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1,\ x = 3$ 을 각각 대입하면
$3 + a + b = 0,\ 27 + 3a + b = 0$
두 식을 연립하여풀면
$a = -12,\ b = 9$ 이다.
$\therefore\ a + b = -3$

4. 자연수 1 부터 n 까지의 합을 구하는 식은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 1 부터 n 까지의 합이 45 일 때, n 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 45$ 에서

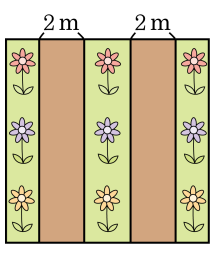
$n^2 + n - 90 = 0$

$(n-9)(n+10) = 0$

$n = 9$ 또는 $n = -10$

n 은 자연수이므로 $n = 9$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 2 m 가 되는 길을 2 개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45 m^2 였다. 처음 꽃밭의 가로의 길이는?



① 3 m ② 6 m ③ 7 m

④ 8 m ⑤ 9 m

해설

정사각형의 가로의 길이를 x m 라고 하면

(꽃밭의 넓이) $= (x-4)x$

$(x-4)x = 45$

$\therefore\ x = 9 (\because x > 0)$

6. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2-2x-4=0$ ② $2x^2-5x+3=0$

③ $x^2-4x+5=0$ ④ $x^2-4x+4=0$

⑤ $3x^2-10x+5=0$

해설

판별식 $D<0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4}=1+4=5>0$

②$D=25-24=1>0$

③$\frac{D}{4}=4-5=-1<0$

④$\frac{D}{4}=4-4=0$

⑤$\frac{D}{4}=25-15=10>0$

7. 이차방정식 $x^2-(2a+3)x+a^2+3a=0$ 의 한 근이 다른 한 근의 2 배 일 때, a 의 값은? (a 는 상수)

① 3 ② -3 ③ 6 ④ $-3, 6$ ⑤ $3, -6$

해설

두 근을 각각 p, $2p$ 라고 하면, 근과 계수와의 관계에 의해

$p+2p=2a+3$, $2p^2=a^2+3a \cdots$ ㉠

$3p=2a+3, p=\dfrac{2a+3}{3}$ 를 ㉠에 대입하면

$2\times\left(\dfrac{2a+3}{3}\right)^2=a^2+3a$, $2(2a+3)^2=9a^2+27a$

정리하면 $a^2+3a-18=0$, $(a+6)(a-3)=0$

$\therefore a=-6,\ 3$

8. 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$ 의 두 근은 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 두 근이 $x=a, x=b$ 인 이차방정식을 구하면?

① $x^2-3x+2=0$
② $x^2+\frac{7}{2}x+3=0$
③ $x^2-2-\frac{3}{4}=0$
④ $x^2+\frac{4}{3}x-5=0$
⑤ $x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$

해설

$\alpha+\beta=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=-\frac{a}{2}$

$\therefore a=-2$

$\alpha\beta=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{2}=\frac{b}{2}$

$\therefore b=-\frac{3}{2}$

$a+b=-\frac{7}{2}, ab=3$

$\therefore x^2+\frac{7}{2}x+3=0$

9. 어느 청소부들이 청소를 하다가 15 개의 빈 병을 발견하였다. 이 빈병을 전체 청소부들이 똑같이 나누어 수거하였더니 각자 가진 빈병들의 수가 전체 청소부들의 수의 3 배보다 4 개가 적었다. 이 때, 청소부들의 전체 인원은?

① 3 명 ② 4 명 ③ 5 명 ④ 6 명 ⑤ 7 명

해설

청소부들의 수를 x 명이라 하면

$\frac{15}{x} = 3x - 4$

$3x^2 - 4x - 15 = 0$

$(3x + 5)(x - 3) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 3$ 이다.

10. 지면에서 20m 의 높이에서 초속 50m 로 똑바로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이는 $(-5x^2+50x+20)$m 가 된다고 한다. 물체의 높이가 지면에서 145m 가 되는 데 걸리는 시간을 구하는 식과 물체의 높이가 지면에서 145m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① $-5x^2+50x+20=125$, 5 초

② $-5x^2+50x+20=125$, 10 초

③ $-5x^2+50x+20=145$, 5 초

④ $-5x^2+50x+20=145$, 10 초

⑤ $5x^2-50x-20=145$, 5 초

해설

$-5x^2+50x+20=145$
$5x^2-50x+125=0$
$5(x^2-10x+25)=5(x-5)^2=0$
$\therefore\ x=5$

11. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2+18xy+9y^2=2x+2y$ 의 관계가 성립할 때, $x+y$의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$9(x+y)^2-2(x+y)=0$
$A=x+y$라 하면 $A(9A-2)=0$이다.
$\therefore A=0$또는 $A=\frac{2}{9}$이다.
$\therefore x+y=0$ 또는 $x+y=\frac{2}{9}$

12. 이차방정식 $x^2+4x-3=0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2+n^2=22$ ㉡ $(m-n)^2=m^2n^2$

㉢ $|n-m|\geq -3mn$ ㉣ $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}=-\frac{22}{3}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m+n=-4, mn=-3$ 이다.

㉠ : $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn=16-2(-3)=22$

㉡ : $(m-n)^2=(m+n)^2-4mn$

$=(-4)^2-4(-3)$

$=16+12$

$=28\neq m^2n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n-m|+3mn=|\pm 2\sqrt{7}|-9<0$

㉣ : $\frac{n}{m}+\frac{m}{n}=\frac{m^2+n^2}{mn}=-\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

13. 이차방정식 $x^2+3x-2=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+1$, $\beta+1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2-2x+8=0$ ② $2x^2-8x+4=0$

③ $2x^2+4x-8=0$ ④ $2x^2-x-4=0$

⑤ $2x^2+2x-8=0$

해설

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=-2$
구하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha+1)+(\beta+1)=-1$
두 근의 곱은 $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-4$
$\therefore\ x^2+x-4=0$
이차항의 계수가 2 이므로 $2x^2+2x-8=0$

14. 이차방정식 $6x^2 - 5(a+b)x + (a+b)^2 = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 자연수 a, b 의 값은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 3쌍

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로 $6 - 5(a+b) + (a+b)^2 = 0$
$a + b = A$ 로 치환하면
$A^2 - 5A + 6 = 0$, $(A-2)(A-3) = 0$,
$\therefore A = 2$ 또는 3
1) $a + b = 2$ 일 때 $a = 1,\ b = 1$
2) $a + b = 3$ 일 때 $a = 2,\ b = 1$ 또는 $a = 1,\ b = 2$
1), 2) 에서 $(a,\ b)$ 의 쌍은 $(1,\ 1),\ (2,\ 1),\ (1,\ 2)$ 의 3 개이다.

15. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$ ② $-3 \pm \sqrt{2}$ ③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$
④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$ ⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$
이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면
$x(x-k) + (x-k)^2 - x + 8 = 0$
$2x^2 - (3k+1)x + k^2 + 8 = 0$
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개이면
판별식이 0 이 되어야 하므로
$(3k+1)^2 - 4 \times 2(k^2+8) = 0$
$k^2 + 6k - 63 = 0$
$\therefore\ k = -3 \pm 6\sqrt{2}$
$\therefore\ x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$