

1. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x + \frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 25

② 29

③ 36

④ 47

⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$$

3. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1$, $x = 3$ 을 각각 대입하면

$$3 + a + b = 0, \quad 27 + 3a + b = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -12, \quad b = 9 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = -3$$

4. 자연수 1 부터 n 까지의 합을 구하는 식은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 1 부터 n 까지의 합이 45 일 때, n 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 45 \text{ 에서}$$

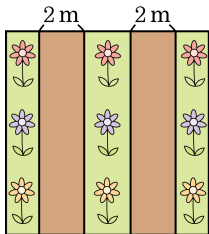
$$n^2 + n - 90 = 0$$

$$(n-9)(n+10) = 0$$

$$n = 9 \text{ 또는 } n = -10$$

n 은 자연수이므로 $n = 9$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다.
 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들
 었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45 m^2 였다.
 처음 꽃밭의 가로 길이是多少?



- ① 3m ② 6m ③ 7m
 ④ 8m ⑤ 9m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = (x - 4)x$$

$$(x - 4)x = 45$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

6. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

7. 이차방정식 $x^2 - (2a + 3)x + a^2 + 3a = 0$ 의 한 근이 다른 한 근의 2배 일 때, a 의 값은? (a 는 상수)

① 3

② -3

③ 6

④ -3, 6

⑤ 3, -6

해설

두 근을 각각 p , $2p$ 라고 하면, 근과 계수와의 관계에 의해
 $p + 2p = 2a + 3$, $2p^2 = a^2 + 3a \cdots \textcircled{7}$

$3p = 2a + 3$, $p = \frac{2a + 3}{3}$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$2 \times \left(\frac{2a + 3}{3} \right)^2 = a^2 + 3a, \quad 2(2a + 3)^2 = 9a^2 + 27a$$

정리하면 $a^2 + 3a - 18 = 0$, $(a + 6)(a - 3) = 0$

$\therefore a = -6, 3$

8. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근은 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 두 근이 $x = a, x = b$ 인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$

③ $x^2 - 2 - \frac{3}{4} = 0$

④ $x^2 + \frac{4}{3}x - 5 = 0$

⑤ $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\alpha\beta = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{b}{2}$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$a + b = -\frac{7}{2}, ab = 3$$

$$\therefore x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

9. 어느 청소부들이 청소를 하다가 15 개의 빈 병을 발견하였다. 이 빈병을 전체 청소부들이 똑같이 나누어 수거하였더니 각자 가진 빈병들의 수가 전체 청소부들의 수의 3 배보다 4 개가 적었다. 이 때, 청소부들의 전체 인원은?

- ① 3명 ② 4명 ③ 5명 ④ 6명 ⑤ 7명

해설

청소부들의 수를 x 명이라 하면

$$\frac{15}{x} = 3x - 4$$

$$3x^2 - 4x - 15 = 0$$

$$(3x + 5)(x - 3) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 3$ 이다.

10. 지면에서 20m 의 높이에서 초속 50m 로 똑바로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이는 $(-5x^2 + 50x + 20)$ m 가 된다고 한다. 물체의 높이가 지면에서 145m 가 되는 데 걸리는 시간을 구하는 식과 물체의 높이가 지면에서 145m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① $-5x^2 + 50x + 20 = 125$, 5 초

② $-5x^2 + 50x + 20 = 125$, 10 초

③ $-5x^2 + 50x + 20 = 145$, 5 초

④ $-5x^2 + 50x + 20 = 145$, 10 초

⑤ $5x^2 - 50x - 20 = 145$, 5 초

해설

$$-5x^2 + 50x + 20 = 145$$

$$5x^2 - 50x + 125 = 0$$

$$5(x^2 - 10x + 25) = 5(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5$$

11. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

12. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉤ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-4)^2 - 4(-3)$
 $= 16 + 12$
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉤ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉤이다.

13. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

14. 이차방정식 $6x^2 - 5(a+b)x + (a+b)^2 = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 자연수 a, b 의 값은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 3쌍

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로 $6 - 5(a+b) + (a+b)^2 = 0$

$a+b = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 5A + 6 = 0, (A-2)(A-3) = 0,$$

$\therefore A = 2$ 또는 3

1) $a+b = 2$ 일 때 $a = 1, b = 1$

2) $a+b = 3$ 일 때 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$

1), 2)에서 (a, b) 의 쌍은 $(1, 1), (2, 1), (1, 2)$ 의 3개이다.

15. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면
판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$