

1. 두 점 A $(-5, 1)$, B $(3, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① $(0, 0)$

② $(0, 1)$

③ $(0, 3)$

④ $(0, 4)$

⑤ $(0, -1)$

해설

y 축 위의 점을 Q $(0, a)$ 라 하면 $\overline{AQ} = \overline{QB}$

$\therefore (0 + 5)^2 + (a - 1)^2 = (0 - 3)^2 + (a - 5)^2$

정리하면 $a = 1 \quad \therefore Q (0, 1)$

2. A(1, 2), B(3, -2) 을 3 : 2로 외분하는 점 C(a, b) 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

외분점 구하는 공식을 이용한다.

C의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{3 - 2}, \frac{3 \times (-2) - 2 \times 2}{3 - 2} \right) = (7, -10)$$

$$\therefore a + b = -3$$

3. 다음 중 점 $(-2, 3)$ 을 지나고 기울기가 2인 직선의 방정식은?

① $2x + y = 7$

② $y = 2x + 7$

③ $y + 3 = 2(x + 2)$

④ $y = 2x + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$$\therefore y = 2(x + 2) + 3 = 2x + 7$$

4. 두 점 A(-1,3), B(2,4)을 이은 선분 $\overline{AB}$ 의 기울기는?

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\therefore m = \frac{4-3}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$$

5. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x + 3y = 4$

㉡ $2x - y = 1$

㉢ $x = -2y + 1$

㉣ $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x + 3y = 4$ 에서 $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡. $2x - y = 1$ 에서 $y = 2x - 1$

㉢. $x = -2y + 1$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣. $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.

6. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

7. 두 점 A (−1, 2) , B (3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B' (3, −4)

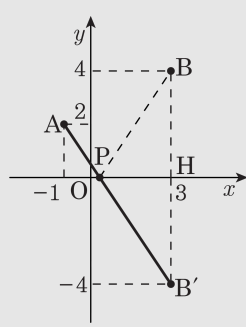
$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고

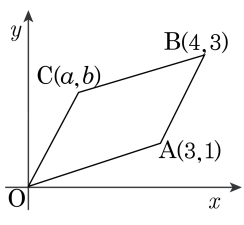
세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때

가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



8. 다음 그림과 같이 네 점 A(3, 1), B(4, 3), C(a , b), O(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

9. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답 ▶ 0

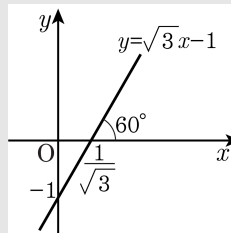
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : 60 °

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1 , x 축의 양의 방
향과 이루는 각 60°



10. 세 점 A (2, 1), B ($-k+1$, 3), C (1, $k+2$)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A(2, 1) , B($-k + 1, 3$) , C(1, $k + 2$) 가 같은 직선 위에

있으려면

직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 따라서 구하는 합은 } (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

11. $ab < 0$, $ac > 0$ 일 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 이 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면 ③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2 사분면 ⑤ 제 4 사분면

해설

$ab < 0$, $ac > 0$ 이므로 $b \neq 0$ 이다.

따라서, 주어진 직선의 방정식을 b 로 나

누어 정리하면

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$$(\text{기울기}) = -\frac{a}{b} > 0$$

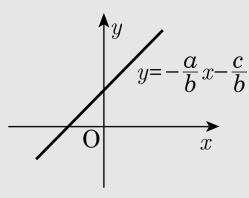
한편, $ab < 0$, $ac > 0$ 이므로

$$ab \cdot ac = a^2bc < 0$$

따라서 $bc < 0$

$$(y \text{ 절편}) = -\frac{c}{b} > 0$$

따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제 4 사분면은 지나지 않는다.



12. 서로 수직인 두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점을 H 라 할 때,
H 의 좌표는 ()이다. 따라서, 원점에서 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 까지의
거리는 ()이다. 위의 ()안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

- ① $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ③ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $(1, 2), \sqrt{5}$

해설

두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점

H 의 좌표는 $-\frac{1}{2}x + 2 = 2x, -x + 4 = 4x$

이고 $x = \frac{4}{5}, y = \frac{8}{5}$ 이다. 즉, H $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$ 이므로

따라서 $\overline{OH} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

13. x 축 위의 점 P로부터 두 직선 $2x - y + 1 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$ 까지의 거리가 같다. 점 P의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 이라 할 때 $-ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 두 직선까지의 거리가 같으므로

$$\frac{|2\alpha + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|\alpha - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$$

$$\therefore |2\alpha + 1| = |\alpha - 2|$$

$$\therefore 2\alpha + 1 = \pm(\alpha - 2)$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{3}, -3$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3}, 0\right), (-3, 0) \text{ 이므로}$$

$$-ab = -\frac{1}{3} \times -3 = 1$$

14. 세 점 A(2, 4), B(-2, 2), C(a, b)를 꼭짓점으로 하는 △ABC의 무게중심의 좌표가 (0, 2)일 때, △ABC는 어떤 삼각형인지 구하여라.
- ① 정삼각형
② 직각삼각형
③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
④ $\overline{AB} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형
⑤ 알 수 없다.

해설

무게중심의 좌표가 (0, 2)이므로

$$\frac{2 + (-2) + a}{3} = 0, \frac{4 + 2 + b}{3} = 2$$

$$\therefore a = 0, b = 0$$

$$\therefore C(0, 0)$$

△ABC의 세변의 길이를 구하면

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - 4)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\{0 - (-2)\}^2 + (0 - 2)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 4)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서 △ABC는 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형이다.

15. 직선 $x + ay + 1 = 0$ 이 직선 $2x + by + 1 = 0$ 에 수직이고 직선 $x - (b - 1)y - 1 = 0$ 과 평행할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x + ay + 1 = 0, 2x + by + 1 = 0$ 이 서로 수직이므로

$$1 \cdot 2 + a \cdot b = 0 \quad \therefore ab = -2 \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$$

두 직선 $x + ay + 1 = 0, x - (b - 1)y - 1 = 0$ 이 서로 평행하므로

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{1-b} \neq \frac{1}{-1} \quad \therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$$

$$\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}} \text{ 에서 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$\therefore 1 - 2 \cdot (-2) = 5$$

16. 두 직선 $x + y - 1 = 0$, $2x - y + 7 = 0$ 의 교점을 지나고 원점에서의 거리가 2 인 직선의 방정식의 기울기는?

- ① $\frac{5}{8}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $-\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

먼저 두 직선의 교점을 구하면 $(-2, 3)$

이 점을 지나는 직선의 방정식은

$$y = m(x + 2) + 3$$

원점과의 거리를 구하면,

$$\frac{|2m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\Rightarrow (2m + 3)^2 = 4(m^2 + 1)$$

$$\Rightarrow m = -\frac{5}{12} \quad \dots \text{기울기}$$

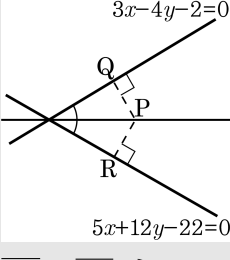
17. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로
 $\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$
 $13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$
즉, $13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22)$ 또는
 $13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22)$ 정리하면
 $x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서
기울기가 양이므로
 $\therefore x-8y+6=0$
 $\therefore a+b+c=-1$

18. 세 점 A(5, 0), B(0, 3), C(0, -3)을 꼭짓점으로 하는 △ABC의 외심의 좌표는?

- ① $O\left(\frac{5}{8}, 0\right)$
- ② $O\left(\frac{8}{5}, 0\right)$
- ③ $O\left(0, \frac{5}{8}\right)$
- ④ $O\left(0, \frac{8}{5}\right)$
- ⑤ $O(0, 0)$

해설

두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 사이의 거리
 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로
 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{CO}$ 에서
 $\sqrt{x^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{x^2 + (y + 3)^2}$
양변을 제곱하여 정리하면 $y = 0 \dots$ ①
 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 에서
 $\sqrt{(x - 5)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y - 3)^2}$
양변을 제곱하여 정리하면 $10x - 6y = 16$
즉 $5x - 3y = 8 \dots$ ②
①과 ②에서 $x = \frac{8}{5}, y = 0$
따라서 외심의 좌표는 $O\left(\frac{8}{5}, 0\right)$ 이다.

19. 세 꼭짓점이 $A(-1, -1)$, $B(4, 3)$, $C(0, 1)$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 $2 : 3$ 으로 내분하는 점을 각각 D , E , F 라 하자. $\triangle DEF$ 의 무게중심을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 각 변을 $m : n$ 으로 내분하는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심은 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 일치한다.

$\triangle ABC$ 의 무게중심은

$$\left(\frac{-1+4+0}{3}, \frac{-1+3+1}{3} \right),$$

즉 $(1, 1)$ 이므로 $\triangle DEF$ 의 무게중심은 $(1, 1)$ 이다.

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$$

20. 세 도시 A, B, C가 삼각형의 꼭짓점을 이루며 위치해 있다. 송전소를 세우려고 하는 데 이 송전소에서 각 도시까지 송전하는데 드는 비용은 송전소에서 그 도시까지의 거리의 제곱의 합에 비례한다고 한다. 이때 송전 비용을 최소로 하는 송전소의 위치는?
- ① 외심 ② 내심 ③ 수심
- ④ 무게중심 ⑤ 방심

해설

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$
송전소의 위치를 $D(x, y)$, 비용을 P 라고 하면
$$P = k\{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2\}$$
$$= k\left\{3\left(x - \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)^2 - \frac{(x_1 + x_2 + x_3)^2}{3} - \frac{(y_1 + y_2 + y_3)^2}{3} + k(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)\right\}$$
$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \text{ 일 때}$$

즉 $\triangle ABC$ 의 무게중심에 위치할 때 비용이 최소이다.

21. 세 직선 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \\ ax+y=0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a

의 값을 구하면?

- ① $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ② $a=2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ③ $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$
 ④ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ⑤ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x-3y=-4 & \cdots \textcircled{B} \\ ax+y=0 & \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 교점은 $(1, 2)$ 이다.

(i) $\textcircled{C}$ 이 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, $a+2=0$ 에서 $a=-2$

(ii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{A}$ 과 평행할 때, $a=\frac{1}{2}$

(iii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{B}$ 과 평행할 때, $a=-\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은

$$a=-2 \text{ 또는 } a=\frac{1}{2}$$

$$\text{또는 } a=-\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$