

1. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

① $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

② $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

③ $x = \pm \sqrt{5}$

④ $x = \pm \frac{5}{2}$

⑤ $x = \pm 5$

해설

$$x^2 - 5 = 0, x^2 = 5$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}$$

2. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x - 32 = 0$ 과 $2x^2 - 13x + 20 = 0$ 의 공통근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x^2 + 4x - 32 = 0, (x + 8)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 13x + 20 = 0, (2x - 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통해는 $x = 4$ 이다.

4. 다음 방정식 중에서 증근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0$

㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

모두 증근을 갖는다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (증근)

㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0 \Rightarrow (2x + 3)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$ (증근)

㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 0$

$\therefore x = 5$ (증근)

㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 = 0$

$\therefore x = -2$ (증근)

㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0 \Rightarrow (3x - 5)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{5}{3}$ (증근)

5. 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{4}$

해설

$$\begin{aligned} D &= 25 + 4a = 0, \quad a = -\frac{25}{4} \\ x^2 - 5x + \frac{25}{4} &= 0, \quad \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0 \\ x = \frac{5}{2} &= b \\ \therefore a + b &= -\frac{25}{4} + \frac{5}{2} = -\frac{15}{4} \end{aligned}$$

6. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근

$b = 0$ 이면 중근

따라서 $b \geq 0$ 이다.

7. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-5) &= 4 \\ x^2 - 6x + 5 &= 4 \\ (x-3)^2 - 9 + 5 &= 4 \\ \therefore (x-3)^2 &= 8 \\ a &= -3, b = 8 \\ \therefore a+b &= 5\end{aligned}$$

8. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$x^2 + 6x = \textcircled{㉠}$$
$$x^2 + 6x + \textcircled{㉡} = \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$$
$$(x + \textcircled{㉢}) = \textcircled{㉣}$$
$$x + \textcircled{㉤} = \pm \sqrt{\textcircled{㉥}}$$
$$\therefore x = \textcircled{㉦}$$

- ① $\textcircled{㉠} : -3$

② $\textcircled{㉡} : 9$

③ $\textcircled{㉢} : 3$
- ④ $\textcircled{㉣} : 6$

⑤ $\textcircled{㉤} : \pm \sqrt{6}$

해설

$$x^2 + 6x = -3$$

좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면

$$x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$$
$$(x + 3)^2 = 6$$
$$x + 3 = \pm \sqrt{6}$$
$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

따라서 ㉤의 연결이 옳지 않다.

9. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

10. 반지름이 r 인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π 가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① 15π ② 20π ③ 25π ④ 30π ⑤ 35π

해설

$$\begin{aligned}\pi(r-2)^2 &= 9\pi \\ r^2 - 4r - 5 &= 0 \\ (r+1)(r-5) &= 0 \\ r &= 5 \quad (\because r > 0) \\ (\text{처음 원의 넓이}) &= \pi r^2 = 25\pi\end{aligned}$$

11. 다음 중 이차방정식의 해가 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow -3, 2$

② $x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow -1, -3$

③ $x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow 4$

④ $x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow 1, 2$

⑤ $(x + 1)^2 - 4 = 0 \Rightarrow 1, -3$

해설

④ $x^2 + 7x + 6 = 0$ 에서

$x = 1$ 일 때, $1^2 + 7 \cdot 1 + 6 \neq 0$

$x = 2$ 일 때, $2^2 + 7 \cdot 2 + 6 \neq 0$

12. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 2(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 동시에 만족하는 x 의 값은 3 이다.

13. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}, x = -2$$

따라서 공통인 해는 $x = -2$

14. 이차방정식 $3(x-b)^2 = 15$ 의 근이 $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = 12$

해설

$3(x-b)^2 = 15, (x-b)^2 = 5$
 $\therefore x = b \pm \sqrt{5}$
이것이 $7 \pm \sqrt{a}$ 이므로 $a = 5, b = 7$ 이다.
 $\therefore a+b = 12$

15. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$ ④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x-p)^2 = k, \quad x-p = \pm\sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

16. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

17. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 양의 근을 구하면?

① $2 + \sqrt{7}$

② $2 \pm \sqrt{7}$

③ $2 - \sqrt{7}$

④ $-2 + \sqrt{7}$

⑤ $-2 \pm \sqrt{7}$

해설

근의 공식 (깍수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 3}}{1} = 2 \pm \sqrt{7}$$

따라서 양의 해는 $2 + \sqrt{7}$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근을 구하면
 $x = -4 \pm \sqrt{18} = -4 \pm 3\sqrt{2}$,
두 근 중 양수인 것은 $x = -4 + 3\sqrt{2}$,
따라서 $\alpha = -4 + 3\sqrt{2}$ 이다.
 $0 < -4 + 3\sqrt{2} < 1$ 이므로
 $\therefore n = 0$

19. 두 양수 a, b 가 $(a+b)^2 - 2(a+b) - 15 = 0$, $a-b=1$ 을 만족할 때, ab 의 값은?

① -4

② -6

③ 4

④ 6

⑤ 5

해설

$a+b=t$ 로 치환하면 $(t+3)(t-5)=0$

$t=-3$ 또는 5

$$\text{i)} \begin{cases} a+b=-3 \\ a-b=1 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} a+b=5 \\ a-b=1 \end{cases}$$

i)에서 $a=-1$, $b=-2$ 이므로 a, b 가 양수라는 조건에 맞지 않다.

ii)에서 $a=3$, $b=2$

$\therefore ab=6$

20. $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$$

21. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 4

④ 10

⑤ -4

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$$

22. 이차방정식 $2x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. $b + c$ 의 값을 구하면?

① -51 ② -52 ③ -53 ④ -54 ⑤ -55

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -4, \quad \alpha\beta = \frac{5}{2} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 16 - 5 = 11 \\ (\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) &= -b = 7 \\ \therefore b &= -7 \\ c &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = -44 \\ \therefore b + c &= -51\end{aligned}$$

23. 한 근이 $3 + \sqrt{6}$ 인 이차방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 이 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$ax^2 - 2x + b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{6}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{6}$ 도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

24. 두 근이 $\frac{1}{2}$, -1 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 에서 $m + n$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$m = 1, n = -1$$

$$\therefore m + n = 0$$

25. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 제곱의 합보다 60 이 작다. 세 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 11

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면
 $(x+1)^2+60=(x-1)^2+x^2$ 이므로
 $x^2+2x+61=2x^2-2x+1$
 $x^2-4x-60=0$
 $(x+6)(x-10)=0$
따라서 $x=10$ (x 는 자연수) 이다.
세 자연수는 9, 10, 11 이다.

26. 자전거 보관소에 두 발 자전거와 세 발 자전거가 보관되어 있는데, 두 발 자전거가 세 발 자전거보다 6 대 많고 두 자전거의 수의 곱이 187 이라고 한다. 두 발 자전거의 수는?

① 12대 ② 15대 ③ 17대 ④ 18대 ⑤ 20대

해설

두 발 자전거를 x 대라 하면 세 발 자전거는 $(x-6)$ 대이다.

두 자전거의 수의 곱이 187 이므로, $x(x-6) = 187$

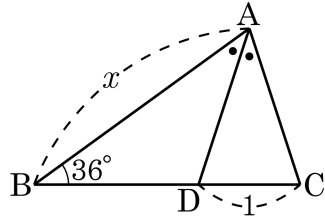
정리하면 $x^2 - 6x - 187 = 0$

$(x-17)(x+11) = 0$

$\therefore x = 17 (\because x > 0)$

따라서 두 발 자전거는 17 대이다.

27. $\angle A = \angle C$ 이고 $\angle B = 36^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 한다. $\overline{DC} = 1$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

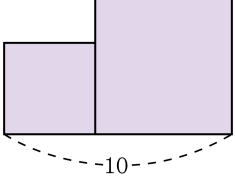


- ① $\frac{-1+2\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{6+\sqrt{5}}{4}$

해설

$\angle A = \angle C = 72^\circ$
 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = x - 1 = \overline{DA}$
 $\triangle ADC$ 도 이등변삼각형 $\overline{DA} = x - 1 = \overline{AC}$
 그리고 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{DC}$
 $x : (x - 1) = (x - 1) : 1, (x - 1)^2 = x, x^2 - 3x + 1 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 에서 $x > 1$ 이므로 $x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

28. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 52 일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$x^2 + (10 - x)^2 = 52$$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 6$$

$$x > 10 - x \text{ 이므로 } x = 6$$

29. 어떤 정사각형의 가로 길이를 4cm, 세로 길이를 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 8cm² 만큼 줄어졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x + 4$ (cm), $x + 2$ (cm)이다.

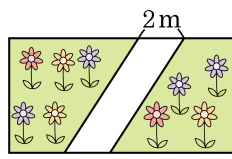
가로의 길이 : $x + 4$

세로의 길이 : $x + 2$

$$(x+4)(x+2) = 2x^2 - 8 \circ \text{므로}$$
$$x^2 - 6x - 16 = 0$$
$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$(x-8)(x+2)=0$
따라서 처음 적사각형의 한 변의 길이는 8cm 이다.

30. 가로, 세로의 길이의 비가 2 : 1 인 직사각형 모양의 꽃밭에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 40 m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 세로의 길이를 $x\text{ m}$ 라 할 때, x 를 구하기에 알맞은 이차방정식은?



- ① $x^2 + 2x + 40 = 0$ ② $x^2 - x - 20 = 0$
 ③ $2x^2 - 40 = 0$ ④ $2x^2 + 2x - 40 = 0$
 ⑤ $x^2 + 2x - 40 = 0$

해설

세로의 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면 가로의 길이는 $2x\text{ m}$
 길을 제외한 넓이는 40 m^2 이므로 $(2x - 2) \times x = 40$
 $\therefore x^2 - x - 20 = 0$

31. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,
 $(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$
이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.
따라서 $a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 10, c = -\frac{3}{2}$
 $a + b + c = \frac{33}{2}$ 이다.

32. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

33. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$	㉡ $x = 6, y = 4$
㉢ $x = -6, y = -4$	㉣ $x = -6, y = 4$
㉤ $x = 4, y = 6$	㉥ $x = -4, y = 6$

- ① 한 개도 없다.
- ② 2 개
- ㉢ 3 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

34. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

35. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

36. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x - 1)(2x + 3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

37. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

38. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 - k\alpha - 2\alpha - 3 = 0$ 에서, $\alpha^2 - k\alpha - 3 = 2\alpha$
 $\beta^2 - k\beta - 2\beta - 3 = 0$ 에서, $\beta^2 - k\beta - 3 = 2\beta$
두 근의 곱 $\alpha\beta = -3$
 $\therefore 3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3) = 3 \times 2\alpha \times 2\beta = -36$

39. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, $\alpha = \beta$ 인 경우 포함)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$$

그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로

$$D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$$

$$a^2 \geq 3 \text{ 이므로 } 8a^2 - 18 \geq 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6 이다.

40. 이차방정식 $x^2 - mx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 4$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\alpha + \beta = m, \alpha\beta = -2$ 이므로
 $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = m \times (-2) = 4$
 $\therefore m = -2$

41. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

42. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

43. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

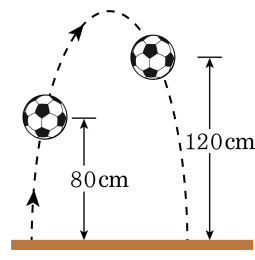
$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$

44. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이 $(50x - 5x^2)$ m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m 에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 4 초

애실

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 80 \quad \text{이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$x = 2$ 초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다

트 버퍼리 120m 에 드타했을 때까지의 시간으

두 번째로 120m 에 도달
50 5 2 100 이므로

$$50x - 5x^2 = 120 \quad \text{or} \quad 5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$5x^2 - 50x + 120 =$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

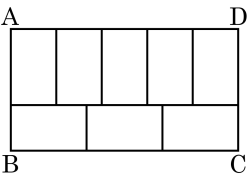
$x = 4$ 초 또는 6 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 높이가 80m 이 지점을 지나 두 번째로 120m 이

파티시 저음으로 높이가 80m인 시점을 지나 두 번째로 120m
기점까지의 시간은 3 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

45. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD를 8개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD의 넓이가 480cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 92 cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{480}{8} = 60 (\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{5}{3}x$ 이다.

$$\frac{5}{3}x \times x = 60, x^2 = 36, x = 6 (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 5x, \overline{AB} = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(5x + \frac{8}{3}x\right) \times 2 = \frac{46}{3}x = 92 (\text{cm})$ 이다.

46. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

47. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[2x^2 + x]_1^a = 0$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} [2x^2 + x]_1^a &= 0 \\ (2a^2 + a) - (2 + 1) &= 0 \\ 2a^2 + a - 3 &= 0 \\ (a - 1)(2a + 3) &= 0 \\ \therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2} \\ \text{따라서 양수 } a \text{ 의 값은 } 1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

48. 1 부터 6 까지의 정수가 적힌 정육면체와 -1 부터 -6 까지의 정수가 적힌 정육면체를 굴려서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 이차방정식 $ax^2 + 4bx + a = 0$ 이 실근을 갖지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{6}$

해설

이차방정식 $ax^2 + 4bx + a = 0$ 이 실근을 갖지 않을 조건은

$\frac{D}{4} < 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (2b)^2 - a^2 < 0, 4b^2 < a^2$$

$$(2b - a)(2b + a) < 0$$

이 때 $a > 0$ 이고 $b < 0$ 이므로

$(2b - a) < 0$ 는 항상 성립하여 $(2b + a) > 0$ 이어야 한다.

따라서 $(a, b) = (3, -1), (4, -1), (5, -1), (6, -1),$

$(5, -2), (6, -2)$ 이므로

확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 이다.

49. 이차방정식 $4x^2 - 15x + m = 0$ 의 두 근의 절댓값의 비가 $2 : 3$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 두 근을 a, b 라 하면 $|a| : |b| = 2 : 3$ 이다.

따라서 한 근이 $|a|$ 일 때 다른 한 근은 $\frac{3}{2}|a|$ 이다.

$$(\text{두 근의 합}) = |a| + \frac{3}{2}|a| = \frac{15}{4}, \frac{5}{2}|a| = \frac{15}{4}$$

$$\therefore |a| = \frac{3}{2}, a = \pm \frac{3}{2}$$

$$\therefore |b| = \frac{9}{4}, b = \pm \frac{9}{4}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{m}{4} = \frac{27}{8}$$

$$\therefore m = \frac{27}{2}$$

50. 원 위의 움직이는 점 P와 점 Q가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P가 점 Q보다 3초 일찍 출발하여 P가 출발한지 5초 후에 두 점이 만나게 되고, P가 출발한지 9초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P가 움직인 거리와 점 Q가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72이다.)

▶ 답: 초

▷ 정답: $17 + 2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P 와 점 Q 가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는

$s = a \times 2t$, 점 Q 가 움직인 거리 $s' = b \times \frac{1}{2}t^2$ 이다. (a, b 는 상수)

점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로

$$10a + 2b = 72$$

$$18a + 18b = 144$$

$$\therefore a = 7, b = 1$$

따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는

$\frac{1}{-x^2}$ 이다.

 $\frac{1}{2}x^2 \leq 14.$

P 가 3 초 먼저 출발

$$14x = \frac{1}{9}(x-3)^2$$

$$14x = \frac{2}{2}(x - 3)$$

$$x^2 - 34x + 9 = 0$$
$$x = 17 + 2\sqrt{70}$$