

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

2. $x^2 + 6x + 11 - a = 0$ 이 하나의 근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D/4 = 3^2 - (11 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3. 다음 그림의 포물선의 식은?

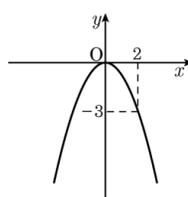
① $y = -\frac{2}{3}x^2$

② $y = \frac{3}{2}x^2$

③ $y = -\frac{3}{4}x^2$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$



해설

꼭짓점이 원점이고, (2, -3) 을 지나며 위로 볼록한 포물선은

$y = -\frac{3}{4}x^2$ 다.

4. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(p, -3)$ 을 지난다. p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & y = -3(x - 3)^2 \text{ 에 점}(p, -3) \text{ 대입} \\ & -3 = -3(p - 3)^2, (p - 3)^2 = 1, \\ & p - 3 = \pm 1, p = 3 \pm 1, \\ & \therefore p = 4 \text{ 또는 } p = 2 \end{aligned}$$

5. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2-x)(2+x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

6. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3, x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{55}$

해설

$$\begin{aligned}x &= -3 \text{ 을 주어진 식에 대입하면} \\5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 &= 0, a = 11 \\5x^2 + 11x - 11 - 1 &= 0 \\5x^2 + 11x - 12 &= 0 \\(5x - 4)(x + 3) &= 0 \\x = \frac{4}{5}, x = -3 \\ \therefore b &= \frac{4}{5} \\ \frac{b}{a} &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

8. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - p = 0$, $x^2 - qx - 12 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 12 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $p = 15$, $q = -1$
 $\therefore p - q = 16$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$(x+a)^2 = b$$

$$\therefore a = 2, b = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

10. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(x-y)(x-y-4)+4 &= 0 \\ x-y \text{ 를 } A \text{ 로 치환하면,} \\ A(A-4)+4 &= 0 \\ A^2-4A+4 &= 0, (A-2)^2 = 0 \\ (x-y-2)^2 &= 0 \\ x-y-2 &= 0 \\ \therefore x-y &= 2\end{aligned}$$

11. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > 1$

해설

$$y = -x^2 + 2x - 3$$

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

따라서 꼭짓점이 $(1, -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 1$

12. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

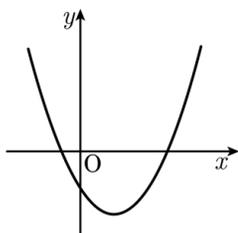
- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1)이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1), y 절편이 3인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

14. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 를 지나는 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은?

- ① 최댓값 7 ② 최댓값 5 ③ 최솟값 7
④ 최솟값 5 ⑤ 최댓값 -7

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$
두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 을 지나므로
 $3 = 4a + q$, $6 = a + q$
 $\therefore a = -1$, $q = 7$
 $y = -(x - 2)^2 + 7$
따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 7 을 가지며 최솟값은 없다.

15. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

16. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 짝수이다. 두 근의 제곱의 차가 12일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 짝수)로 놓으면
 $m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$
 $(a + 2)^2 - a^2 = 12$ 에서
 $4a + 4 = 12, 4a = 8, a = 2$
 $m = -2 \times 2 - 2 = -6$
 $n = 4 + 4 = 8$
 $\therefore n - m = 8 + 6 = 14$

17. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 -3, 7이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 2, -6이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

① 4 ② 8 ③ -8 ④ 12 ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $(x+2)(x-6) = 0$, $x = -2$ 또는 $x = 6$
 \therefore 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x+3)(x-7) = 0$, $x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x-2)(x+6) = 0$, $x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$, $x = 6, -2$
 \therefore 두 근의 곱은 -12

18. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 14개 일 때, n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 28 = 0$$

$$(n+4)(n-7) = 0$$

$$n = 7 (\because n > 0)$$

19. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \frac{3}{4}p^2 = 3, p^2 = 4$$

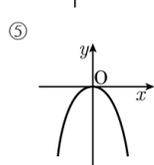
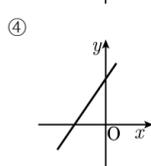
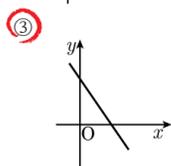
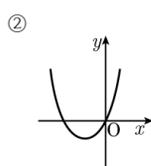
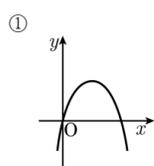
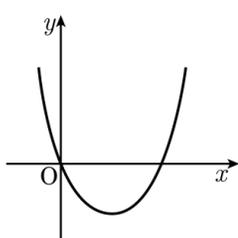
$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

20. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\frac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$
 $\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

22. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k+2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

23. 1 보다 큰 자연수 a, b 에 대하여 이차방정식 $ax^2 - a^2bx + 744 = 0$ 의 한 근이 2^a 이고 나머지 한 근은 두 자리의 소수일 때, a, b 를 두 근으로 가지고, 이차항의 계수가 1 인 x 에 관한 이차방정식의 계수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = ab$$

$$a\beta = \frac{744}{a}$$

$$a\beta = \frac{744}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 31}{a} \text{ 에서 두 근 중 한 근은 두 자리의 소수}$$

이므로 31 이고

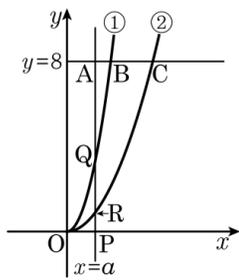
나머지 한 근은 2^a 이므로

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore b = 13$$

따라서 구하고자 하는 이차방정식은 $x^2 - 16x + 39 = 0$ 이므로 계수의 합은 $1 - 16 + 39 = 24$ 이다.

24. 다음 그림은 이차함수 $y = 2x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. 직선 $y = 8$ 이 y 축 및 곡선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 와 점 A, B, C에서 만나고 $x = a$ 가 x 축 및 곡선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 와 점 P, Q, R에서 만날 때, 원점과 점 C를 지나는 직선이 곡선 $\textcircled{1}$ 과 만나는 점의 좌표를 (p, q) 라 하자. 이 때 $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, 원점은 제외)



▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

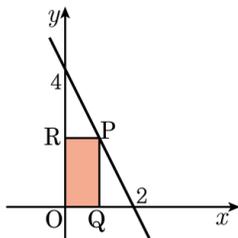
\overline{OC} 의 식은 $y = 2x$

$2x^2 = 2x, x^2 - x = 0, x(x-1) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$

$\therefore (p, q) = (1, 2) (\because x \neq 0)$

$\therefore p + q = 1 + 2 = 3$

25. 직선 $y = -2x + 4$ 위의 제1 사분면에 있는 한 점 P에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, 사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}
 y &= x(-2x + 4) \quad (0 < x < 2) \\
 &= -2x^2 + 4x \\
 &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\
 &= -2(x - 1)^2 + 2 \\
 x &= 1 \text{ 일 때 최댓값 } 2
 \end{aligned}$$