

1. 방정식 $x^6 - 1 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

① -1

② 1

③ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$x^6 - 1 = (x^3 + 1)(x^3 - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, 1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

2. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=-1$

▷ 정답 : $z=2$

해설

$$\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} \text{에서}$$

$$3x+2y=7 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{z+3}{5} \text{에서}$$

$$5x-2z=11 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$x+2y+3z=7 \quad \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A} - \textcircled{C} \text{을 하면 } 2x-3z=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{D}$$

$$\textcircled{B} \times 3 - \textcircled{D} \times 2 \text{를 하면 } 11x=33$$

$$\therefore x=3 \text{ 이것을 } \textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에 대입하면}$$

$$y=-1, z=2$$

3. 부등식 $|x - 3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

① $1 \leq x \leq 5$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

③ $-1 \leq x \leq 5$

④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x - 3| \geq 2$ 에서 $x - 3 \geq 2$ 또는 $-(x - 3) \geq 2 \therefore x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

4. 세 직선 $x + 2y = 5$, $2x - 3y = 4$, $ax + y = 0$ 이 삼각형을 이루지 못할 때, 상수 a 의 값들의 곱은?

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{3}{23}$ ③ $-\frac{1}{23}$ ④ $\frac{2}{23}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 세 직선이 일치하는 경우는 없으므로 삼각형을 이루지 못하는 것은 두 직선이 서로 평행해서 교점이 두 개만 생기거나 세 직선이 모두 한 점에서 만나는 경우이다.

(i) 두 직선이 평행한 경우 세 직선의 기울기는

각각 $-\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $-a$ 이므로

$a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = -\frac{2}{3}$ 이면 두 직선이 평행하다.

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$x + 2y = 5$ 와 $2x - 3y = 4$ 의 교점은 $\left(\frac{23}{7}, \frac{6}{7}\right)$

이 점이 $ax + y = 0$ 위에 있으려면 $a = -\frac{6}{23}$

(i), (ii)에서 $a = \frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{6}{23}$

따라서 세 수의 곱은 $\frac{2}{23}$

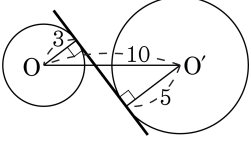
5. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r^2$ 의 값은?

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$
 $\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$
 $\therefore$ 구하는 원은 $(-2, 5)$ 와 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.
이 원은 중심이 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (1, 2)$
반지름이 $\frac{1}{2}\sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$
이므로 원의 방정식은
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$
 $\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$
 $\therefore a + b + r^2 = 21$

6. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

7. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

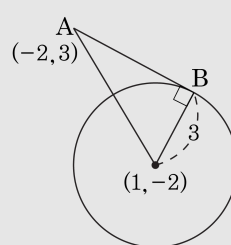
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



8. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

9. 국어, 수학, 영어의 세 문제집이 있다. 17000 원으로 국어와 수학 문제집을, 18000 원으로 수학과영어 문제집을 19000 원으로 국어와 영어 문제집을 살 수 있었다. 이 때, 수학 문제집의 가격은?
- ① 7000 원 ② 7500 원 ③ 8000 원
④ 8500 원 ⑤ 9000 원

해설

국어 문제집의 가격을 A 원, 수학 문제집의 가격을 B 원, 영어 문제집의 가격을 C 원이라고 하면,

$$\begin{cases} A + B = 17000 \cdots \textcircled{1} \\ B + C = 18000 \cdots \textcircled{2} \\ C + A = 19000 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$ 를 해주면, $2(A + B + C) = 54000$
 $\therefore A + B + C = 2700$
 $\therefore A = 9000, B = 8000, C = 10000$
 $\therefore$ 수학 문제집의 가격은 8000 원

10. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k = 3, 2, 1, \dots$ 이고,

이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k = 3$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $m \leq -6$ ② $m \leq -4$ ③ $m \leq -2$
④ $m \leq 0$ ⑤ $m \leq 2$

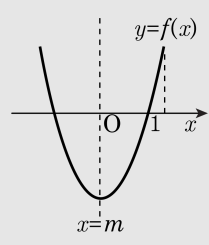
해설

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 6 = (x - m)^2 - m^2 + m + 6$ 으로 놓으면

$$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot (m + 6) = m^2 - m - 6$$

$$f(1) = 1 - 2m + m + 6 = -m + 7$$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4} = m^2 - m - 6 \geq 0$

$$(m + 2)(m - 3) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 경계값의 부호 : $f(1) = -m + 7 > 0$

$$\therefore m < 7 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

(iii) 축 : $m < 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m 의 값의 범위는 $m \leq -2$

12. 세 점 A(0, 0), B(2, 4), C(6, 6)에 대해 $\triangle ABC$ 의 외심의 좌표는?

- ① (6, 0)
- ② (6, -1)
- ③ (7, -1)
- ④ (7, 0)
- ⑤ (8, 0)

해설

외심의 성질 : 삼각형의 세 점에서의 거리가 같다.
외심을 (x, y) 라 하면
 $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 4)^2} \dots \textcircled{1}$
 $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x - 6)^2 + (y - 6)^2} \dots \textcircled{2}$
①, ②의 양변을 제곱하여 정리하면
 $x + 2y = 5, x + y = 6$
두 식을 연립하여 풀면 $(x, y) = (7, -1)$
외심이 세 변의 수직이등분선의 교점이라는 것을 이용하여 구할 수도 있다.

13. 세 점 A(2,1), B(1,3), C(2,0)에 대하여 $2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$ ② $x + 2y + 3 = 0$ ③ $x - 3y - 2 = 0$
- ④ $x - 4y + 5 = 0$ ⑤ $x - 5y + 4 = 0$

해설

점 P의 좌표를 (x,y)라 하면

$\overline{AP}^2 = (x - 2)^2 + (y - 1)^2$
 $= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1$
 $= x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5$

$\overline{BP}^2 = (x - 1)^2 + (y - 3)^2$
 $= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9$
 $= x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10$

$\overline{CP}^2 = (x - 2)^2 + y^2$
 $= x^2 - 4x + 4 + y^2$
 $= x^2 - 4x + y^2 + 4$

$2\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 3\overline{CP}^2$ 에서

$2(x^2 - 4x + y^2 - 2y + 5) + x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10 =$
 $3(x^2 - 4x + y^2 + 4)$
 $3x^2 - 10x + 3y^2 - 10y + 20 = 3x^2 - 12x + 3y^2 + 12$
 $2x - 10y + 8 = 0$
 $\therefore x - 5y + 4 = 0$

14. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$
④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

15. 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$ 에 접할 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 11$

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2^2$$

직선이 원에 접하므로 원의 중심

$(1, -1)$ 에서 직선까지의 거리가

원의 반지름의 길이 2 와 같다.

$$\text{따라서, } \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$|a - 1| = 10$$

$$a - 1 = \pm 10$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 11$$

16. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행 이동하였더니 직선 $ax + y + 1 = 0$ 과 접하였다. 이 때, 양수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

원 $x^2 + y^2 = 1$ 을
 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면,
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$
이 원이 직선 $ax + y + 1 = 0$ 과 접하므로
원의 중심 $(2, -1)$ 에서 직선까지의 거리는 원의 반지름의 길이와 같다.
즉, $\frac{|2a - 1 + 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1$ 에서 $|2a| = \sqrt{a^2 + 1}$,
 $4a^2 = a^2 + 1, a^2 = \frac{1}{3}$
 $\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ($\because a > 0$)

17. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 을
표준형으로 고치면 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$ 이므로
중심이 $(1, -2)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.
원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리 d 는
$$\frac{|1 - (-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 원 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에
이르는 거리의 최솟값은
 $d - (\text{반지름의 길이}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

18. 다음 두 식을 동시에 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하면?

$|x^2 - 2x| = y - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$ $y \leq x + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

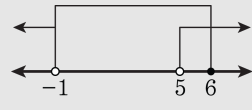
①에서 $y = |x^2 - 2x| + 1$ 이므로
②에 대입하면 $|x^2 - 2x| \leq x$
(i) $x^2 - 2x \geq 0$ ($x \leq 0, x \geq 2$) 일 때
 $x^2 - 2x \leq x$
 $\therefore x(x - 3) \leq 0$
 $\therefore 0 \leq x \leq 3$
조건과 공통범위를 구하면 $x = 0, 2 \leq x \leq 3$
(ii) $x^2 - 2x < 0$ ($0 < x < 2$) 일 때
 $-(x^2 - 2x) \leq x$
 $\therefore x(x - 1) \geq 0$
 $\therefore x \leq 0, x \geq 1$
조건과 공통 범위를 구하면 $1 \leq x < 2$
(i), (ii)에서 정수 x 를 구하면 $x = 0, 1, 2, 3$
 x 의 값을 ①에 차례로 대입하면 $y = 1, 2, 1, 4$
구하는 순서쌍 (x, y) 는
 $(0, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 4)$
따라서 구하는 개수는 4 개다.

19. 두 부등식 $-x^2 + 4x + 5 < 0$,
 $x^2 + ax - b \leq 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $5 < x \leq 6$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ -11 ④ 11 ⑤ 5

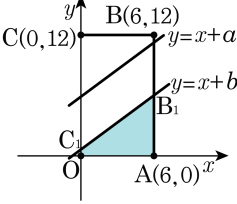
해설

$x^2 - 4x - 5 > 0$
 $(x + 1)(x - 5) > 0$
 $x < -1$ 또는 $x > 5$
 $x^2 + ax - b \leq 0$
 $\Rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) \leq 0$ 라 하자
 $\alpha \leq x \leq \beta$
이제 주어진 조건에 만족하려면



$\therefore \alpha = -1, \beta = 6$
 $\Rightarrow (x + 1)(x - 6) = x^2 - 5x - 6$
 $a = -5, b = 6, a + b = 1$

20. 네 점 $O(0,0)$, $A(6,0)$, $B(6,12)$, $C(0,12)$ 를 꼭지점으로 하는 사각형 $OABC$ 가 있다. 그림과 같이 두 직선 $y = x + a$, $y = x + b$ 가 사각형 $OABC$ 의 넓이를 삼등분할 때, ab 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

사각형 $OABC$ 의 넓이가 72이므로
사각형 OAB_1C_1 의 넓이는 24이다.
 $\frac{1}{2}(b + 6 + b) \times 6 = 24$ 이므로 $b = 1$
같은 방법으로 $a = 5$
 $\therefore ab = 5$

21. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O로부터 동쪽으로 6 km, 북쪽으로 3 km 떨어져 있다. 또 마을 O로부터 동쪽으로 5 km, 북쪽으로 4 km의 위치에 마을 P가 있다. 이 때, 마을 P에서 강까지의 최단 거리를 구하시오. (단위는 km)

- ① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O를 원점 O로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.

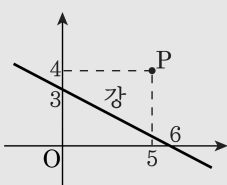
강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 \text{ 즉, } x + 2y - 6 = 0$$

이때, 마을 P의 좌표는 (5, 4)이다.

따라서, 점 (5, 4)에서 직선 $x + 2y - 6 = 0$ 까지의 거리를 구하면

$$\frac{|5 + 8 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} (km)$$

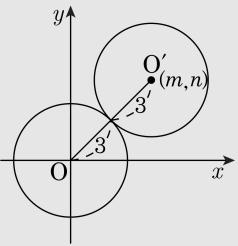


22. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 이 원을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 도형의 교점이 1개일 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

- ① 20
- ② 25
- ③ 30
- ④ 36
- ⑤ 40

해설

중심이 $O(0, 0)$ 이고
반지름의 길이가 3인 원을,
 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면
중심이 $O'(m, n)$ 이고
반지름의 길이가 3인 원이다.
두 원의 크기가 같으므로 내접할 수 없고,
두 원의 교점이 1개이므로 두 원은 서로 외접한다.
따라서 중심거리가 반지름의 길이의 합과 같으므로
 $OO' = \sqrt{m^2 + n^2} = 3 + 3 = 6$
 $\therefore m^2 + n^2 = 36$



23. 두 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$, $x^2 + bx + 2a = 0$ 이 공통근을 가질 경우에 대한 다음 설명 중 옳은 것으로만 짝지어진 것은? (단, 중근은 1개의 근으로 본다.)

- (가) $a = 0$ 이면 두 개의 공통근을 갖는다.
- (나) $a + b = -2$ 이면 오직 한 개의 공통근을 갖는다.
- (다) $a = b$ 이거나 $a + b = -2$ 이면 적어도 한 개의 공통근을 갖는다.
- (라) $a + b = -2$ 이고 $a \neq -1$ 이면 오직 한 개의 공통근을 갖는다.

- ① (가), (나), (다)
- ② (가), (나)
- ③ (다)
- ④ (다), (라)
- ⑤ (라)

해설

(가) $a = 0$ 일 경우 공통근은 하나뿐
(나) $a = -1$, $b = -1$ 일 경우 $x = -1, 2$ 의 두 개의 공통근을 갖는다.
(다) $a = b$ 이면 두 이차방정식이 같아지므로 공통근을 갖는다.
 $a + b = -2$ 이면 두 이차방정식은 모두 $x = 2$ 라는 공통근을 갖는다.
(라) $a + b = -2$ 일 때,
$$x^2 + ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x^2 + ax + 2(-2 - a) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + a + 2) = 0$$
$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } -a - 2$$
$$x^2 + bx + 2a = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + (-2 - a)x + 2a = 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - a) = 0$$
$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } a$$

그런데, $a \neq -1$ 이므로 $-a - 2 \neq a$
 $\therefore$ 공통근은 $x = 2$ 하나뿐이다.

24. 네 개의 공장 A, B, C, D는 A 공장을 기준으로 B 공장은 정동방향으로 100 m 이동한 다음 정북방향으로 20 m 이동한 지점에, C 공장은 정동방향으로 120 m 이동한 다음 정북방향으로 60 m 이동한 지점에, D 공장은 정동방향으로 40 m 이동한 다음 정북방향으로 80 m 이동한 지점에 있다. 네 개의 공장에서 흘러나오는 폐수를 정화하기 위해 배관시설에 드는 비용을 최소로 하여 정화시설을 만들려고 할 때, 정화시설은 A 공장으로부터 정동방향으로 a m, 정북방향으로 b m 인 지점이다. 이때, $a + 2b$ 의 값을 구하면? (단, 각 공장에서 정화시설까지 하수도배관이 묻히는 고도는 무시하여 연결되며 비용은 배관의 길이에 비례한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

점 A 를 원점으로 하여 공장 B, C, D 의 위치를 좌표평면 위에 나타내면 좌표평면 위의 임의의 점 P 에 대하여

$$\overline{AP} + \overline{CP} \geq \overline{AC} \text{ 이고 } \overline{BP} + \overline{DP} \geq \overline{BD}$$

이므로

$$\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP} + \overline{DP} \geq \overline{AC} + \overline{BD}$$

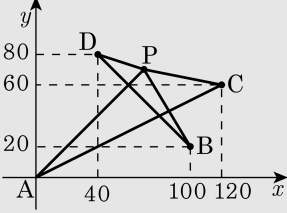
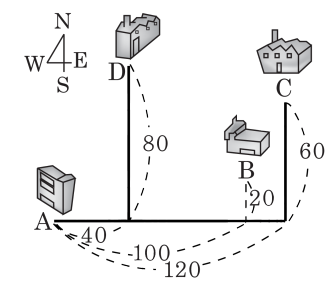
점 P 가 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점일 때 각 공장에서 정화시설까지의 거리가 최소이다.

$$\overline{AC} \text{ 의 방정식은 } y = \frac{1}{2}x, \overline{BD} \text{ 의 방정식은}$$

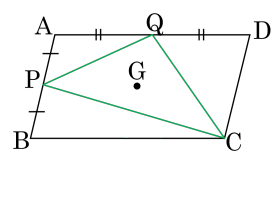
$$y = -x + 120 \text{ 이고, 교점의 좌표는 } (80, 40)$$

$$\text{따라서 } a = 80, b = 40$$

$$\therefore a + 2b = 160$$



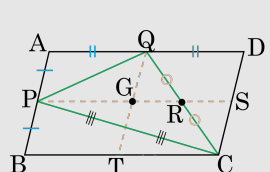
25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 변 AB, AD의 중점을 각각 P, Q라 하자. 두 점 A, C의 좌표가 각각 $A(a, b), C(c, d)$ 이고, 삼각형 PCQ의 무게중심 G의 좌표가 $(4, 1)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

위 그림과 같이 $\overline{PG}$ 의 연장선이 $\overline{QC}, \overline{DC}$ 와 만나는 점을 각각 R, S라 하고



$\overline{QG}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 T라 하면

$\overline{AD} \parallel \overline{PS}$ 이므로 점 S는 선분 DC의 중점이고

$\overline{QT} \parallel \overline{DC}$ 이므로 점 T는 선분 BC의 중점이다.

따라서 $\overline{PG} : \overline{GR} = 2 : 1, \overline{GR} : \overline{RS} = 1 : 1$ 이므로 점 G는

선분 PS의 중점이다.

따라서 점 G는 대각선 AC의 중점이고 선분 AC의 중점의 좌표

는 $\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$ 이므로

$$\frac{a+c}{2} = 4, \frac{b+d}{2} = 1 \text{ 에서 } a+c = 8, b+d = 2$$

$$\therefore a+b+c+d = 8+2 = 10$$