1. 좌표평면 위의 두 점 $A(-4,\ 7)$, $B(-5,\ 1)$ 사이의 거리를 구하여라.

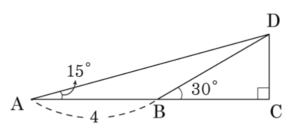
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{37}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{-4-(-5)\}^2 + (7-1)^2}$$
$$= \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$$

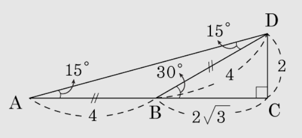
2. 다음 그림에서 $\tan 15°$ 의 값이 $a+b\sqrt{3}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

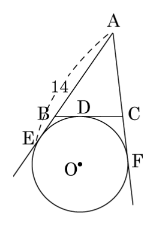


$\tan 15° = \dfrac{2}{4+2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

$a+b\sqrt{3} = 2-\sqrt{3},\ a=2,\ b=-1$

$\therefore a+b = 2+(-1) = 1$

3. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 원 O 와$\triangle$ABC 의 $\overline{\mathrm{BC}}$, 그리고 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 연장선과의 교점이다.$\triangle$ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.



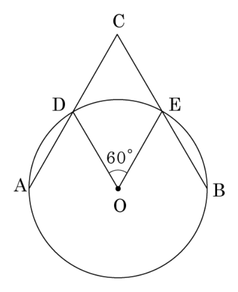
▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$$\begin{aligned}(\triangle\mathrm{ABC}\text{ 의 둘레}) &= \overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}\\ &= \overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BD}}+\overline{\mathrm{DC}}\\ &= \overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}\\ &= \overline{\mathrm{AE}}+\overline{\mathrm{AF}}\\ &= 14+14=28\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 반원 O 의 지름 AB 를 한 변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 60 °

해설

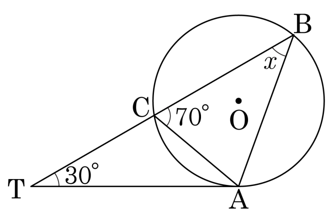
점 A 와 점 E 를 이으면

$\angle DAE = 30°$

$\angle AEC = 90°$

$\angle C = 180° - (90° + 30°) = 60°$

5. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{TA}}$는 원 O의 접선이다. $\angle\mathrm{CTA} = 30^\circ$, $\angle\mathrm{ACB} = 70^\circ$ 일 때, $\angle\mathrm{B} = (\quad\quad)^\circ$ 에서 $(\quad\quad)$ 에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답:

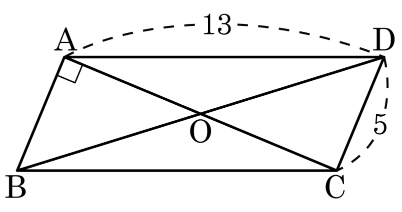
▷ 정답: 40

해설

$\angle\mathrm{CAT} = \angle\mathrm{ACB} - \angle\mathrm{ATC} = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{CAT} = 40^\circ$

6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 의 길이를 구하여라.



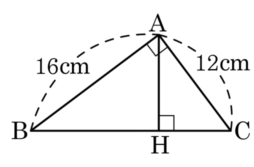
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{61}$

해설

$\triangle$ACD 에서 $13^2 = \overline{AC}^2 + 5^2, \overline{AC} = 12 \therefore \overline{OC} = 6$
$\triangle$DOC 에서$\overline{OD^2} = 6^2 + 5^2 = 61, \overline{OD} = \sqrt{61} \therefore \overline{BD} = 2\sqrt{61}$

7. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

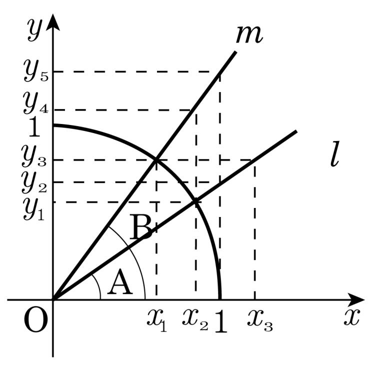
해설

$\overline{BC} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20(\text{cm})$

$\triangle ABC$ 에서 $16 \times 12 \times \frac{1}{2} = 20 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$

$\therefore \ \overline{AH} = \frac{16 \times 12}{20} = \frac{48}{5}(\text{cm})$

8. 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 l, m 을 그린 것이다. 직선 l, m 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A, B 라 할 때, $\frac{y_3}{x_1} \times \frac{x_2}{y_4}$ 를 계산하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

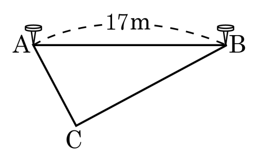
해설

$\tan A = \frac{y_1}{x_2},\ y_2,\ \frac{y_3}{x_3}$,

$\tan B = \frac{y_3}{x_1},\ \frac{y_4}{x_2},\ y_5$

$\tan B \times \frac{1}{\tan B} = 1$

9. 17 m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40 m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle C$가 직각이 되게 하려고 할 때, $\overline{AC}$ 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



▶ 답: ______ m

▷ 정답: 8 m

해설

$\overline{AC} = x$라 하면, $\overline{BC} = 40 - 17 - x = 23 - x$

$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이므로

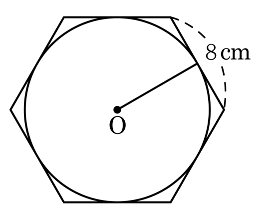
$x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$

$x^2 - 23x + 120 = 0$

$(x - 8)(x - 15) = 0$

$\therefore\ x = 8(\mathrm{m})\ (\because\ \overline{AC} < \overline{BC})$

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: ____ cm

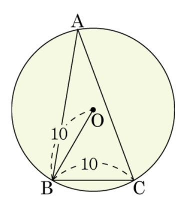
▷ 정답: $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형이 된다.

정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되므로 구하면 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ (cm) 이다.

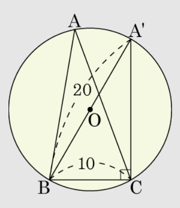
11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O 에 내접하는 $\triangle$ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 10$ 일 때, $\cos A \times \dfrac{1}{\tan A} + \sin A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

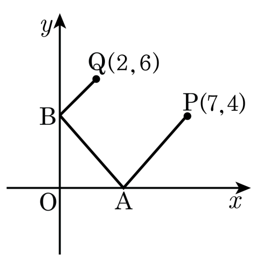


$\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{A}'$

$\overline{\mathrm{A'C}} = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}$

$\cos A \times \dfrac{1}{\tan A} + \sin A = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + \dfrac{1}{2} = 2$

12. 좌표평면 위에 두 점 P(7, 4), Q(2, 6)이 있다. 빛이 점 P에서 출발하여 x축, y축을 거쳐서 점 Q에 이를 때, 점 P에서 점 Q까지의 경과 거리를 구하여라.



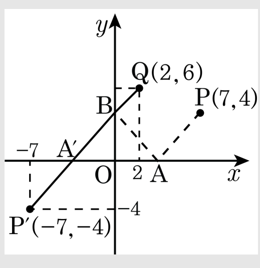
▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{181}$

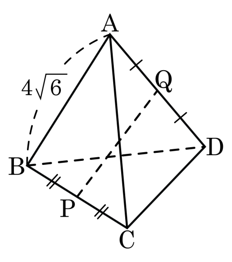
해설

$\sqrt{(2+7)^2+(6+4)^2}=\sqrt{181}$

∴ 경과 거리는 $\sqrt{181}$이다.



13. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{6}$ 인 정사면체에서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

해설

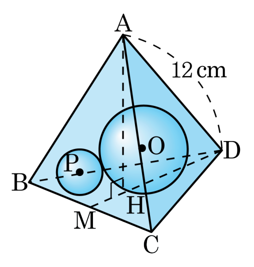
$\overline{\mathrm{AP}}$ 와 $\overline{\mathrm{PD}}$는 정삼각형 ABC 와 DBC 의 높이이므로

$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PD}} = \sqrt{\left(4\sqrt{6}\right)^2 - \left(2\sqrt{6}\right)^2} = 6\sqrt{2}$

따라서 △APQ 에서

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{\left(6\sqrt{2}\right)^2 - \left(2\sqrt{6}\right)^2} = 4\sqrt{3}$

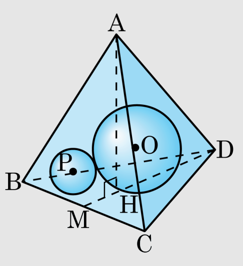
14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi\,\underline{\text{cm}^3}$

해설



구 O 의 반지름을 r, 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게 중심이므로

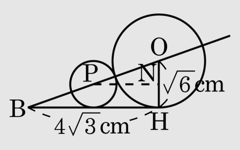
$\overline{\text{DH}} = \frac{2}{3}\overline{\text{DM}} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$
$= 4\sqrt{3}\ (\text{cm})$

따라서, $\overline{\text{AH}} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}\ (\text{cm})$

(정사면체 A − BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$
$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$

$\therefore\ r = \sqrt{6}\ (\text{cm})$



$\overline{\text{OB}} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}\ (\text{cm})$

$\triangle$OPN $\backsim$ $\triangle$OBH 이므로

$\overline{\text{OP}} : \overline{\text{OB}} = \overline{\text{ON}} : \overline{\text{OH}}$

$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$

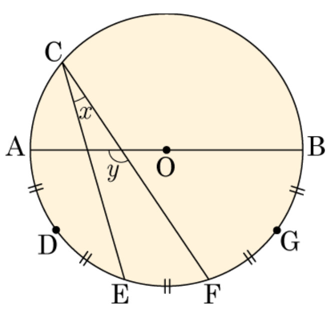
$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$

$4\sqrt{6}r' = 12$

$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}\ (\text{cm})$

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi\ (\text{cm}^3)$

15. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ $= 2 : 7$, 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 5 등분점을 각각 D, E, F, G 라 할 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



▶ 답 : °

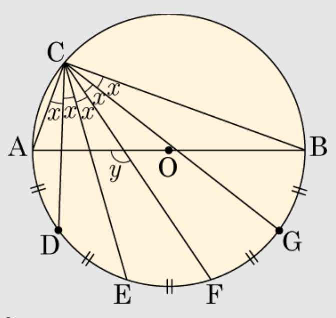
▶ 답 : °

▷ 정답 : $\angle x = 18°$

▷ 정답 : $\angle y = 124°$

해설

$\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이므로 $\angle ACB = 90°$
5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{DE}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{EF}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{FG}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{GB}$ 이므로



$\angle ACD = \angle DCE = \angle ECF = \angle FCG$
$= \angle GCB = \angle x$

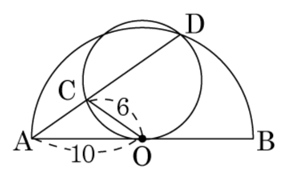
$5\angle x = 90°$ $\angle x = 18°$

5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ $= \angle ABC : \angle BAC = 2 : 7$

$\therefore \angle BAC = 90° \times \frac{7}{9} = 70°$

$\therefore \angle y = \angle BAC + \angle ACF$
$= 70° + 3 \times 18° = 124°$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{\text{AB}}$를 지름으로 하는 반원의 중심 O에서 다른 원이 접해 있다. $\overline{\text{AO}}=10$, $\overline{\text{CO}}=6$일 때, $\overline{\text{CD}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{32}{3}$

해설

두 점 O, D를 연결해주면 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OD}}$ 이므로

$\angle\text{CAO}=\angle\text{CDO}=\angle\text{COA}$

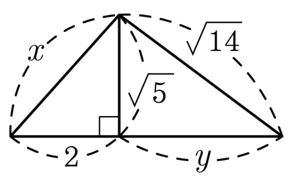
$\therefore$ $\triangle\text{CAO}$ 는 이등변삼각형

$\therefore$ $\overline{\text{AC}}=6$

또, $\overline{\text{AO}}^2=\overline{\text{AC}}\times\overline{\text{AD}}$ 이므로 $100=6(6+\overline{\text{CD}})$

$\therefore$ $\overline{\text{CD}}=\frac{32}{3}$

17. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



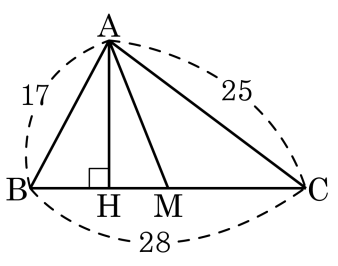
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

피타고라스 정리에 따라서
$x^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
$y^2 + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{14})^2$
$y > 0$ 이므로 $y = 3$
따라서 $x + y = 3 + 3 = 6$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 17$, $\overline{BC} = 28$, $\overline{CA} = 25$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{29}$

해설

$\overline{BH} = x$ 이면 $\overline{HC} = 28 - x$

$\overline{AH}^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (28 - x)^2$

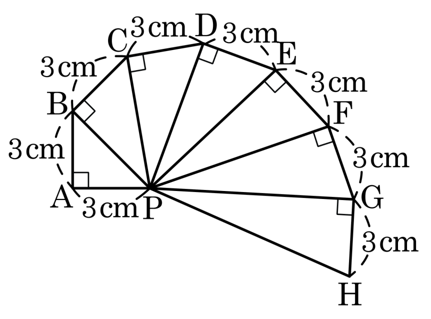
$56x = 448,\ x = 8$

$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 28\right) - 8 = 6$

$\therefore\ \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$

19. 다음 그림에서 $\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

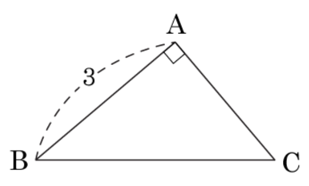
▷ 정답 : $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{PB} = 3\sqrt{2}$, $\overline{PC} = 3\sqrt{3}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{4}$, $\cdots$

$\therefore \overline{PH} = 3\sqrt{8} = 6\sqrt{2}$

20. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin C = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 이고, $\overline{AB}$ 가 3 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$\sin C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 이므로 $\cos C = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\tan C = 2$ 이다.

$3 = \overline{BC}\sin C = \overline{BC} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 3$, $\overline{BC} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ 이고,

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AC} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 3^2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 △ABC 의 넓이는 $3 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$ 이다.