

1. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17 ② 65 ③ 77 ④ 81 ⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

2. 차가 14 인 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -49

해설

두 수를 x , $x + 14$ 라 하고, 두 수의 곱을 y 라고 하면 $y = x(x + 14) = x^2 + 14x = (x + 7)^2 - 49$
따라서 $x = -7$ 일 때, 최솟값 -49 를 갖는다.

3. 차가 4 인 두 수 중에서 그 제곱의 합이 최소가 되는 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

해설

두 수를 각각 x , $x+4$ 라 하면

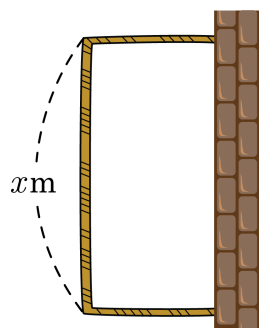
$$\begin{aligned}y &= x^2 + (x+4)^2 \\&= 2x^2 + 8x + 16 \\&= 2(x+2)^2 + 8\end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 8 을 갖는다.

$$\therefore x = -2, x+4 = 2$$

따라서 구하는 두 수는 $-2, 2$

4. 다음 그림과 같이 길이 20 m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



- ① 70 m² ② 40 m² ③ 50 m²
 ④ 80 m² ⑤ 60 m²

해설

닭장 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left(\frac{20-x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$ 일 때 최댓값 50 m²

5. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



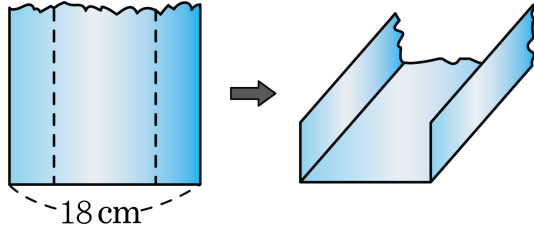
- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

6. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



- ① 4.5 cm ② 4.0 cm ③ 3.8 cm
 ④ 3.6 cm ⑤ 3.4 cm

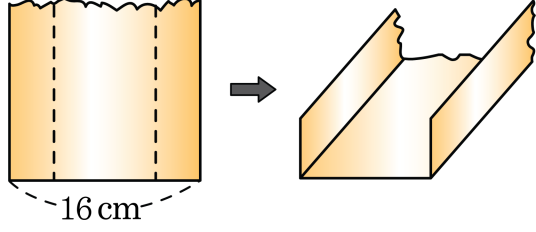
해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,
 단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$

$$y = -2x^2 + 18x = -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$$

따라서 $x = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}(\text{cm}^2)$ 를 갖는다.

7. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

높이를 x cm, 넓이를 y cm² 라고 두면
 $y = x(16 - 2x)$
 $= -2x^2 + 16x$
 $= -2(x^2 - 8x + 16) + 32$
 $= -2(x - 4)^2 + 32$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

8. 둘레의 길이가 48m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 81m^2

② 100m^2

③ 121m^2

④ 144m^2

⑤ 169m^2

해설

가로의 길이를 $x\text{m}$, 세로의 길이를 $(24-x)\text{m}$, 넓이를 $y\text{m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(24-x) \\&= -x^2 + 24x \\&= -(x^2 - 24x + 144 - 144) \\&= -(x-12)^2 + 144\end{aligned}$$

따라서 $x=12$ 일 때 넓이의 최댓값은 144m^2 이다.

9. 둘레의 길이가 28cm 인 직사각형에서 넓이를 최대가 되게 하려면 가로와 세로의 길이를 각각 얼마로 하면 되겠는가?

① 가로 6 cm, 세로 8 cm

② 가로 7 cm, 세로 7 cm

③ 가로 8 cm, 세로 9 cm

④ 가로 8 cm, 세로 8 cm

⑤ 가로 7 cm, 세로 9 cm

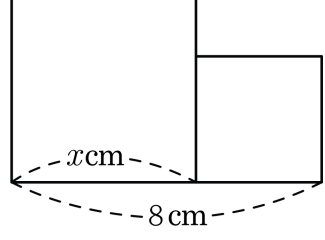
해설

가로의 길이를 x cm , 세로의 길이를 $(14 - x)$ cm , 넓이를 y cm² 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(14 - x) \\ &= -x^2 + 14x \\ &= -(x^2 - 14x + 49 - 49) \\ &= -(x - 7)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x = 7$, 즉 가로 7 cm, 세로 7 cm 일 때 최댓값 49 cm² 를 가진다

10. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분을 둘로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. 두 정사각형의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$ 라 할 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 하는 $x(\text{cm})$ 의 값과 그 때의 넓이 $y(\text{cm}^2)$ 를 구하여라.



- ① $x = 2, y = 12$ ② $x = 2, y = 14$ ③ $x = 2, y = 16$
④ $x = 4, y = 32$ ⑤ $x = 4, y = 34$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (8-x)^2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 64 \\ &= 2(x-4)^2 + 32 \end{aligned}$$

따라서 $x = 4$ 일 때 $y = 32$ 이다.

11. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

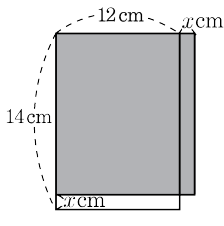
12. 가로 길이가 6cm , 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
 $y = (6 + x)(10 - x)$
 $= -x^2 + 4x + 60$
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
 $= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

13. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned} y &= (12 + x)(14 - x) \\ &= -x^2 + 2x + 168 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\ &= -(x - 1)^2 + 169 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

14. 지면으로부터 초속 30m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 30x - 5x^2$ 라고 한다. 이 물체의 높이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 45 m

해설

$$y = -5x^2 + 30x = -5(x - 3)^2 + 45$$

15. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$ m

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 에서 $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{9}{2}$ m 이다.

16. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.
- ▶ 답 : 초
- ▶ 답 : m
- ▷ 정답 : 2초
- ▷ 정답 : 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x - 2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

17. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.
- ▶ 답 : 초
- ▶ 답 : m
- ▷ 정답 : 6초
- ▷ 정답 : 240 m

해설

$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$
따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

18. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

19. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

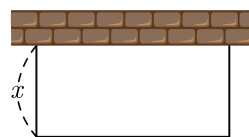
합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

20. 다음 그림과 같이 20m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



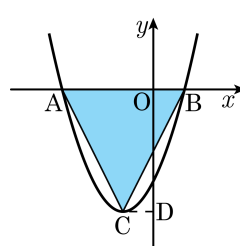
- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
 $x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

21. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 C(-1, -4)

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

A(-3, 0), B(1, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

22. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답: 8초 후

해설

$$\begin{aligned} y &= 45 \text{ 를 대입하면} \\ 45 &= 45 + 40x - 5x^2 \\ 5x^2 - 40x &= 0 \\ x^2 - 8x &= 0 \\ x(x-8) &= 0 \\ x &= 0 \text{ 또는 } x = 8 \end{aligned}$$

따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

23. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

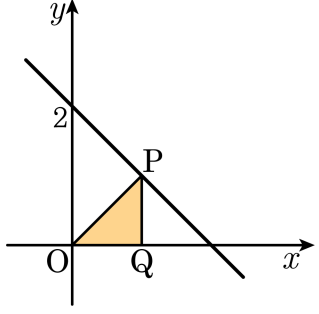
해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

24. 다음 그림과 같이 직선 $y = -x + 2$ 위의 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q, $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

점 P의 좌표는 $(a, -a + 2)$ 라 하고,
 $\triangle POQ$ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-a + 2)$$

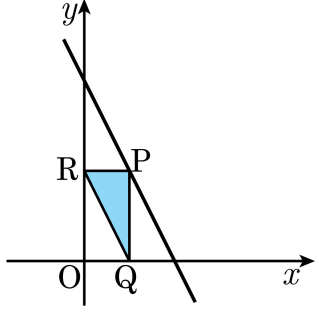
$$y = -\frac{1}{2}a^2 + a = -\frac{1}{2}(a^2 - 2a)$$

$$= -\frac{1}{2}(a^2 - 2a + 1 - 1)$$

$$= -\frac{1}{2}(a - 1)^2 + \frac{1}{2}$$

따라서 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\triangle PRQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이다.)



- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

점 P 의 x 좌표를 a 라 하면

$P(a, -2a + 6)$, $Q(a, 0)$, $R(0, -2a + 6)$

$\triangle PRQ$ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-2a + 6)$$

$$= -a^2 + 3a$$

$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$$

$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$a = \frac{3}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{9}{4}$$