

1. 두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 방정식은?

- ① $y = 3x - 6$ ② $y = 3x - 2$ ③ $y = 3x - 1$
④ $y = 3x + 6$ ⑤ $y = 3x + 2$

해설

두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{4-1}{3-2} = 3$ 이므로, 구하는 직선의 기울기는 3 이고, x 절편이 2 인 직선이므로,
 $y = 3(x - 2)$
 $\therefore y = 3x - 6$

2. x 축의 양의 방향과 30° 를 이루고 x 절편이 -1 인 직선의 방정식은 $ax + by + 1 = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

따라서 준 직선은 기울기가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이고,

점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선이다.

$$\therefore y - 0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x + 1)$$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -\sqrt{3}$$

$$\therefore ab = -\sqrt{3}$$

3. $m > 0$ 이고, 두 점 $(m, 3)$, $(1, m)$ 이 기울기가 m 인 직선 위에 있을 때, m 은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\text{기울기} = \frac{m-3}{1-m} = m, m^2 = 3$$

$$\therefore m = \sqrt{3} (\because m > 0)$$

4. 두 점 $(3, 1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식의 기울기와 y 절편의 합은?

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$y = ax + b$$

$$(3, 1) \text{ 대입 } \Rightarrow 1 = 3a + b$$

$$(4, 3) \text{ 대입 } \Rightarrow 3 = 4a + b$$

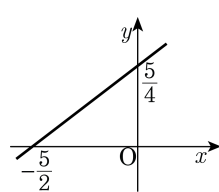
$$\text{두 식을 연립하면, } a = 2, b = -5$$

$$y = 2x - 5$$

$$\text{기울기 : } 2, y \text{ 절편 : } -5$$

5. 다음 도형이 나타내는 방정식을 찾으면?

- ① $2x - 4y + 5 = 0$
② $-\frac{5}{2}x + \frac{5}{4}y = 0$
③ $2x + 4x + 5 = 0$
④ $\frac{5}{2}x + \frac{5}{4}y = 0$
⑤ $4x - 2y - 5 = 0$



해설

$$\text{기울기} = \frac{(y \text{ 증가량})}{(x \text{ 증가량})} = \frac{\frac{5}{4} - 0}{0 - \left(-\frac{5}{2}\right)} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$$

$$\therefore 2x - 4y + 5 = 0$$

6. 점 $(-5, -2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -5$

해설

$(-5, -2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로
 $\therefore x = -5$

7. 세 점 $A(3, 1)$, $B(-2 - a, 4)$, $C(7, -a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

세 점 $A(3, 1)$, $B(-2 - a, 4)$, $C(7, -a)$ 가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4-1}{-2-a-3} = \frac{-a-4}{7-(-2-a)}$$

$$\frac{3}{-a-5} = \frac{-a-4}{9+a}$$

$$(-a-5)(-a-4) = 3(9+a)$$

$$a^2 + 6a - 7 = (a+7)(a-1) = 0$$

$$\therefore a = -7 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 양수 a 의 값은 1

8. 좌표평면 위의 네 점 A(-3, -3), B(3, -3), C(3, 5), D(-3, 5)를 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD가 있다. ABCD의 넓이를 이등분하는 직선이 항상 지나는 점E의 좌표는?

- ① (-4, 0)
- ② (0, 1)
- ③ (0, 2)
- ④ (1, 2)
- ⑤ (4, 3)

해설

좌표평면 위에 네 점 A, B, C, D를 그리면
대각선의 교점은 AC의 중점이다.

$$\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-3+5}{2}\right) = (0, 1)$$

따라서 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선은
항상(0, 1)을 지난다.

9. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x + 3y = 4$

㉡ $2x - y = 1$

㉢ $x = -2y + 1$

㉣ $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x + 3y = 4$ 에서 $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡. $2x - y = 1$ 에서 $y = 2x - 1$

㉢. $x = -2y + 1$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣. $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.

10. 직선 $(1 + k)x + (k - 1)y = 2k$ 에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k = 0$ 일 때, 직선 $y = x$ 와 일치한다.
- ㉡ $k \neq 0$ 일 때, 직선 $y = -x + 2$ 와 일치한다.
- ㉢ k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $k = 0$ 이면 주어진 직선은 $x - y = 0$ 으로 $y = x$ 와 일치한다.
㉡ $k \neq 1$ 이면 주어진 직선은 $y = -\frac{k+1}{k-1}x + \frac{2k}{k-1}$ 이므로 $k \neq 0$ 일 때 $y = -x + 2$ 와 일치한다고 할 수 없다.
㉢ 주어진 식을 k 에 관하여 정리하면 $(x + y - 2)k + (x - y) = 0$
 $x + y - 2 = 0$,
 $x - y = 0$ 이면 k 값에 관계없이 주어진 식이 성립한다.
즉 k 값에 관계없이 $(1, 1)$ 을 지난다.

11. 두 점 A(-5, -8), B(3, -2) 를 잇는 선분의 수직 이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

구하는 도형 위의 한 점을 $P(x, y)$ 라 하면,
 $\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \sqrt{(x+5)^2 + (y+8)^2}$
 $= \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2}$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x + 16y + 89$
 $= x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 \Rightarrow 4x + 3y + 19 = 0$
(다른 풀이) $\overline{AB}$ 의 중점 M(-1, -5) 를 지나고
 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이다.
 $\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} - 5$
 $\therefore y + 5 = -\frac{4}{3}x - \frac{19}{3}$
 $\therefore a - b = -\frac{4}{3} + \frac{19}{3} = \frac{15}{3} = 5$

12. 세 직선 $x+y-1=0$, $x+ay+3=0$, $x-y-3=0$ 이 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x+y-1=0$, $x-y-3=0$ 의 교점을 구하면 $(2, -1)$ 이고,
이 점을 직선 $x+ay+3=0$ 이 지나면 되므로 $2+a \cdot (-1)+3=0$
 $\therefore a=5$

13. 다음은 두 직선 $x + y - 2 = 0, mx - y + m + 1 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - (\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉠}) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉡}$ 을 지난다.
(i) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉢}$
(ii) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉣}$
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉤}$

- ① $y - 1$
- ② $(-1, 1)$
- ③ 1
- ④ $-\frac{1}{3}$
- ⑤ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - (\textcircled{\hspace{1cm}} y - 1) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{\hspace{1cm}} (-1, 1)$ 을 지난다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면
(i) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} 1$
(ii) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} -\frac{1}{3}$
(i), (ii)에서 $\textcircled{\hspace{1cm}} -\frac{1}{3} < m < 1$

14. 점 $(2, -3)$ 과 직선 $3x - 4y + 1 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\frac{19}{5}$ ② $\frac{14}{5}$ ③ $\frac{19}{4}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{19}{7}$

해설

$$\therefore d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{19}{5}$$

15. 평행한 두 직선 $3x - 5y + 2 = 0$, $3x - 5y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$
④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$

② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$
⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$

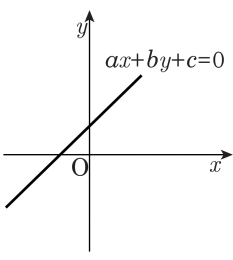
해설

$3x - 5y + 2 = 0$ 위의 점 $\left(0, \frac{2}{5}\right)$ 에서

$3x - 5y - 1 = 0$ 까지의 거리

$$\frac{\left|3 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{2}{5} - 1\right|}{\sqrt{9+25}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$

16. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로
주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$
y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$
두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$
마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,
기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$
y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$
이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

17. 점 $(2, 4)$ 를 지나며 기울기가 음인 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 16 이다. 이 직선의 x 절편을 a , y 절편을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

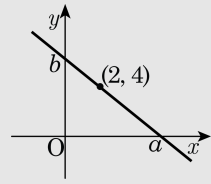
해설

구하는 직선의 방정식을 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이 직선이 점 $(2, 4)$ 를 지나

므로

$$\frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 1$$

$$\therefore 4a + 2b = ab \cdots \textcircled{㉠}$$



$\triangle ABC$ 의 넓이가 16 이므로

$$\frac{1}{2}ab = 16 \therefore ab = 32 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \textcircled{㉡} \text{에서 } a = 4, b = 8, a + b = 12$$

18. 세 점 A(-3, 4), B(0, 0), C(3, 4) 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 수심의 좌표를 구하면?

- ① $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ ② $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ ③ $\left(0, \frac{5}{4}\right)$
 ④ $\left(0, \frac{7}{4}\right)$ ⑤ $\left(0, \frac{9}{4}\right)$

해설

그림에서 알 수 있듯 수심은 y 축 상에 존재한다,
 점 A를 지나는 수선의 방정식을 구해보자.

$\overline{BC}$ 의 기울기가 $\frac{4}{3}$ 이므로,

수선의 기울기는 $-\frac{3}{4}$ 이다.

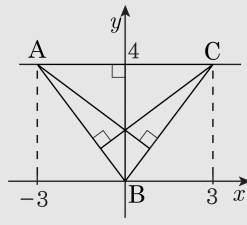
그리고 (-3, 4)를 지나므로

수선의 방정식은 $y = -\frac{3}{4}(x + 3) + 4$ 이다.

수심은 y 축 상에 존재하므로

수심의 y 좌표 : $-\frac{3}{4}(0 + 3) + 4 = \frac{7}{4}$

$\therefore$ 수심은 $\left(0, \frac{7}{4}\right)$



19. 세 직선 $x - y = 0$, $x + y - 2 = 0$, $5x - ky - 15 = 0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?
- ① $-5 \leq k \leq 5$, $k < -10$ ② $k = -10$, $k = \pm 5$
③ $-10 \leq k \leq -5$, $k \geq 5$ ④ $k \neq -10$, $k \neq \pm 5$
⑤ $-5 \leq k \leq -5$, $k \geq 5$

해설

$$\begin{cases} x - y = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ x + y - 2 = 0 & \cdots \textcircled{2} \\ 5x - ky - 15 = 0 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 교점은 $(1, 1)$ 이 $\textcircled{3}$ 위에 있지 않다.

$$\therefore 5 - k - 15 \neq 0 \quad \therefore k \neq -10$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{3}$ 은 평행하지 않으므로

$$\frac{1}{5} \neq \frac{-1}{-k} \rightarrow k \neq 5$$

$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 도 평행하지 않으므로

$$\frac{1}{5} \neq \frac{1}{-k} \rightarrow k \neq -5$$

$$\therefore k \neq -10, k \neq \pm 5$$

20. 점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$ 는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① $P(-4, 6)$

② $P(-4, -6)$

③ $P(2, 3)$

④ $P(3, 2)$

⑤ $P(-2, -4)$

해설

점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$

위에 있으므로 $b = 2a - 3$

따라서 $y = ax + 2b$ 에서

$y = ax + 2(2a - 3)$ 이므로

a 에 대하여 정리하면

$$a(x + 4) - (6 + y) = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a 에 대한
항등식이다.

$$\therefore x + 4 = 0, 6 + y = 0$$

$$\therefore P(-4, -6)$$

21. 좌표평면 위의 점 A(-1, 0) 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 B(0, 2) 에서 직선 l 에 이르는 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 $y = m(x + 1)$

$$\therefore mx - y + m = 0$$

점 B(0, 2) 에서

$$\text{직선 } l \text{ 까지의 거리는 } \frac{|-2 + m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$4m^2 + 4m + 1 = 0$$

$$(2m + 1)^2 = 0$$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}$$

22. 원점에서 직선 $(a-1)x + (a+3)y - 4 = 0$ 에 이르는 거리를 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

해설

$$f(a) = \frac{|-4|}{\sqrt{(a-1)^2 + (a+3)^2}}$$
$$= \frac{4}{\sqrt{2a^2 + 4a + 10}}$$

이 때, $f(a)$ 의 값이 최대가 되려면 분모가 최소이어야 한다.

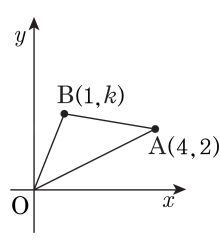
$$2a^2 + 4a + 10 = 2(a^2 + 2a) + 10 = 2(a+1)^2 + 8$$

즉, 분모의 최솟값은 $\sqrt{8}$ 이므로

$$f(a) \text{ 의 최댓값은 } \therefore \frac{4}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}$$

23. 다음 그림과 같이 O(0, 0), A(4, 2), B(1, k)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 넓이가 4일 때, 양수 k의 값은?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



해설

직선 OA의 방정식은 $x - 2y = 0$ 이다.

점 B(1, k)에서 직선 $x - 2y = 0$ 까지의 거리

$$h \text{ 는 } h = \frac{|1 \times 1 - 2 \times k|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \overline{OA} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}} = 4$$

$$\therefore k = \frac{5}{2} \quad (\because k > 0)$$