1. $a > 0,\ q > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프는 제 몇 사분면을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 1 사분면

▷ 정답 : 제 2 사분면

해설

꼭짓점이 x 축 위쪽에 있고 아래로 볼록한 형태의 그래프는 1, 2 사분면을 지난다.

2. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

3. 다음의 이차함수 중 최댓값을 갖는 것과 최솟값을 갖는 것으로 구분하여라.

㉠ $y=\frac{1}{3}x^2-x$	㉡ $y=-\frac{3}{2}x^2+4$
㉢ $y=2x^2-6x-9$	㉣ $y=-\frac{1}{4}x^2+3x-7$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값을 갖는 것 : ㉠, ㉢

▷ 정답 : 최댓값을 갖는 것 : ㉡, ㉣

해설

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 에서 $a<0$ 이면 최댓값이 존재하고, 최솟값은 없다.
$a>0$ 이면 최솟값이 존재하고, 최댓값은 없다.
따라서 최댓값이 있는 것은 x^2 의 계수가 음수인 이차함수로 ㉡, ㉣이다.
최솟값을 갖는 것은 x^2 의 계수가 양수여야 하므로 ㉠, ㉢이다.

4. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

$y = x^2 - 4x - 7$

$= (x-2)^2 - 11$

$x = 2$ 일 때, 최솟값 -11 을 갖는다.

5. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$y = 3x^2 + 6ax + 4$$
$$= 3(x^2 + 2ax) + 4$$
$$= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

6. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$ ② $x > 2$ ③ $x < 3$

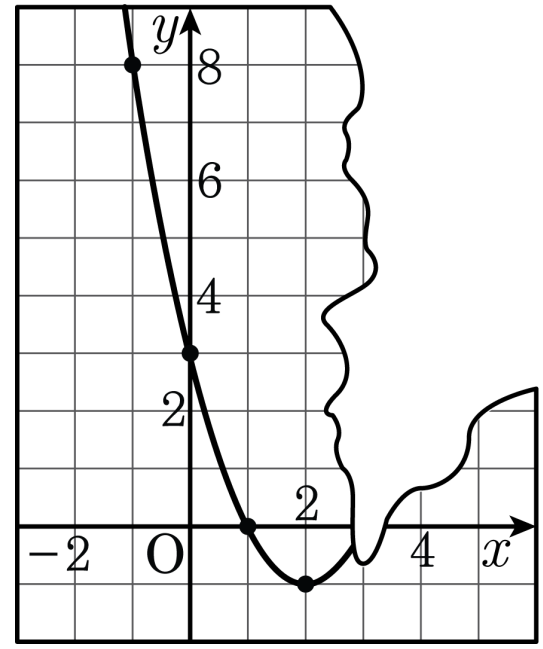
④ $x < 2$ ⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x-3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

7. 다음 그림은 어떤 이차함수의 그래프의 일부분이 찢겨져 나간 것이다. 이 이차함수의 그래프가 점 $(5,\ a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 이차함수의 그래프는 $x = 2$ 를 대칭축으로 갖는다. 따라서 $x = 5$ 와 $x = -1$ 일 때의 y 의 값이 같으므로 $a = 8$ 이다.

8. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$ ② $a < 3$ ③ $a > 3$

④ $a < 0$ ⑤ $0 < a < 3$

해설

$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3$, 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ -a + 3)$

$\therefore a < 0,\ -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0,\ a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.