1. 이차함수 $y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(7, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은

$y = \frac{5}{4}(x-3)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(7,\ a)$ 를 대입하면 $a = \frac{5}{4} \times 4^2 = 20$ 이다.

2. $y=-\frac{1}{4}x^2+q$ 의 그래프가 점 $(2,\ 5)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(0,\ 1)$ ② $(0,\ 3)$ ③ $(0,\ 6)$

④ $(2,\ 5)$ ⑤ $(4,\ 6)$

해설

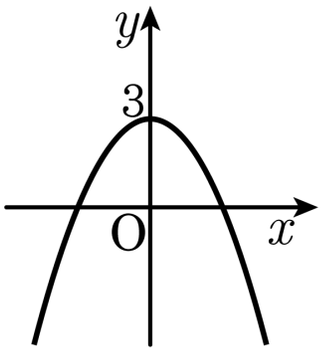
$y=-\frac{1}{4}x^2+q$ 에 $(2,\ 5)$ 를 대입하면

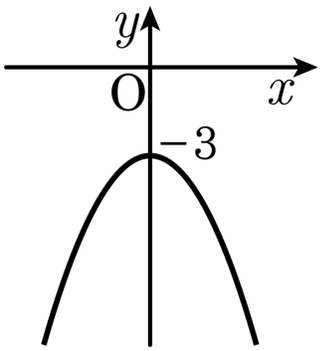
$5=-\frac{1}{4}\cdot 4+q$

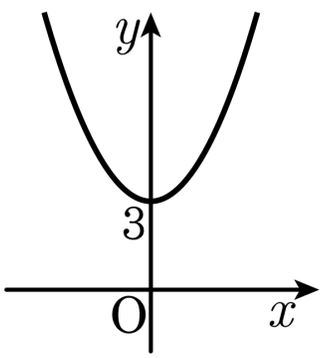
$\therefore q=6$

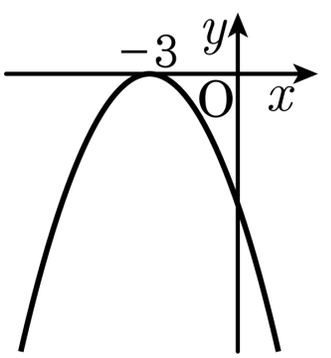
$y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 6 만큼 이동한 그래프이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0,6)$ 이다.

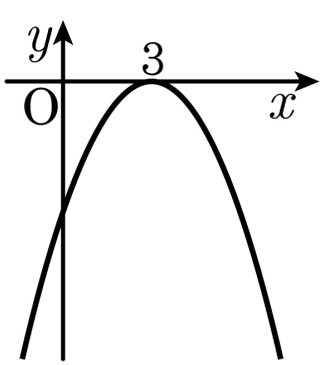
3. 다음 중 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

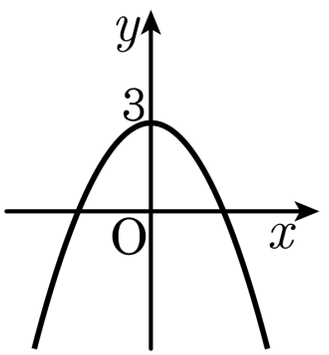
④ 

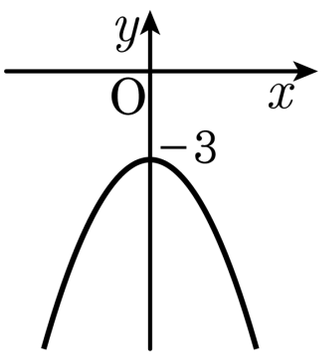
⑤ 

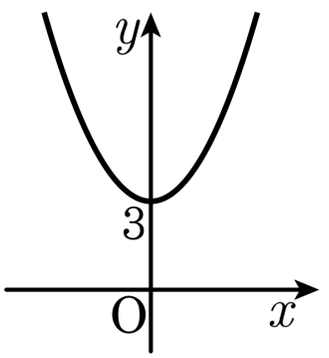
해설

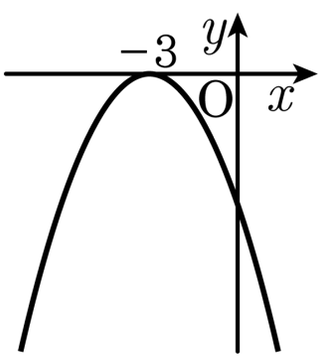
꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 3)$ 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

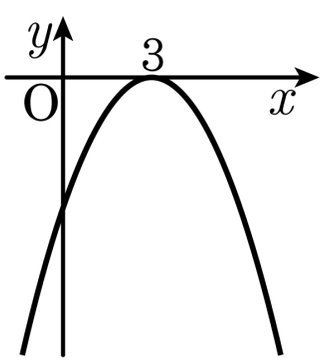
4. 다음 중 $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$ 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

5. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x-1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

④ $y = 2(x-1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

6. 다음 빈칸을 알맞게 채우고, 꼭짓점의 좌표와 대칭축의 방정식을 구하면?.

> 이차함수 $y = (x-2)^2 - 3$ 의 그래프는 $y = \square$ 의 그래프를 x 축 방향으로 $\square$만큼, y 축 방향으로 $\square$ 만큼 평행이동한 그래프이다.

① $x^2,\ 2,\ -3$, 꼭짓점 $(2,\ -3)$, 대칭축 $x = 2$

② $x^2,\ -2,\ -3$, 꼭짓점 $(-2,\ -3)$, 대칭축 $x = -2$

③ $x^2,\ 2,\ 3$, 꼭짓점 $(2,\ 3)$, 대칭축 $x = 2$

④ $x^2,\ 2,\ -3$, 꼭짓점 $(2,\ -3)$, 대칭축 $y = 2$

⑤ $x^2,\ 2,\ -3$, 꼭짓점 $(-2,\ -3)$, 대칭축 $y = 2$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프이다.
꼭짓점 : $(p,\ q)$, 축의 방정식 : $x = p$

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동시키면 점$(3,\ m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값은?

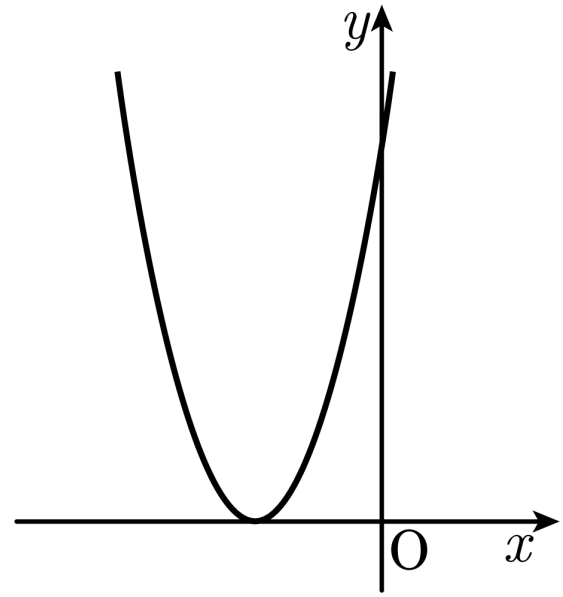
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = 2(x-1)^2$ 의 그래프가 점 $(3,\ m)$ 을 지나므로

$m = 2(3-1)^2,\ m = 8$

8. 포물선 $y = x^2 + 6x + c$ 는 점 $(-1,\ 4)$ 를 지난다. 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?



① $(3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$

③ $(-3,\ 0)$ ④ $(0,\ -3)$

⑤ $(-3,\ 9)$

해설

$y = x^2 + 6x + c$ 에 점$(-1,\ 4)$를 대입하면

$$\begin{aligned} 4 &= (-1)^2 + 6 \times (-1) + c \\ &= 1 - 6 + c \\ &= -5 + c \end{aligned}$$

$\therefore c = 9$

포물선 식은 $y = x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ 이므로 꼭지점의 좌표는 $(-3,\ 0)$ 이다.

9. 이차함수 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -1)$ 이다.

③ 점 $(2,\ 27)$ 을 지난다.

④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$ 이다.
③ 점 $(2,\ -27)$ 을 지난다.
⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

10. 이차함수 $y = -3(x-1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 위로 볼록한 그래프이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$ 이다.

③ y의 값의 범위는 $y \le 0$ 이다.

④ y 축과 $(0,\ 3)$ 에서 만난다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

y 축과 $(0,\ -3)$ 에서 만난다.

11. 다음 중 이차함수 $y = 2(x-4)^2 + 2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① $y = 2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 2)$이다.

③ 축의 방정식은 $x = 4$이다.

④ $y = x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

⑤ $x > 4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

해설

$y = 2(x-4)^2 + 2$의 그래프는 $y = 2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 $(4,\ 2)$, 축의 방정식은 $x = 4$이다. $1 < 2$이므로 $y = x^2$의 그래프보다 폭이 좁다. 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = 4$이므로 $x > 4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

12. 이차함수 $y = -3(x+4)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $a+p+q$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$y = ax^2$ 을 x 축으로 p 만큼, y 축으로 q 만큼 평행이동한 식은 $y = a(x-p)^2 + q$ 이다.

$\therefore\ a = -3,\quad p = -4,\quad q = -2$

$\therefore\ a+p+q = -3 + (-4) + (-2) = -9$

13. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$ ② $x < -2$ ③ $x < 2$

④ $x > 2$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
$x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

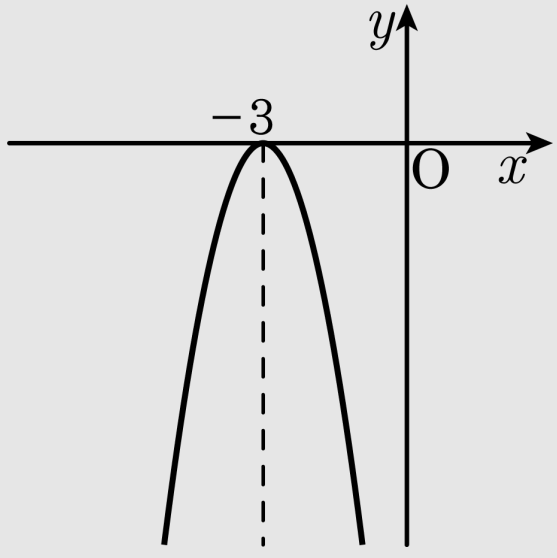
14. 이차함수 $y = -2(x+3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$ ② $x > 3$ ③ $x < -3$

④ $x < 3$ ⑤ $x > -3$

해설

$y = -2(x+3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

15. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x+3)^2$

② $y = -2(x-3)^2$

③ $y = 2(x-3)^2$

④ $y = 2(x+3)^2$

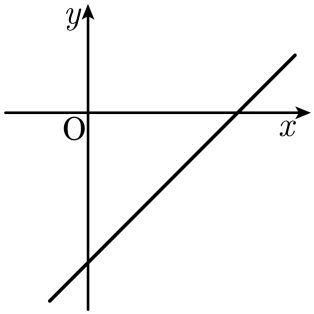
⑤ $y = -2(3x-1)^2$

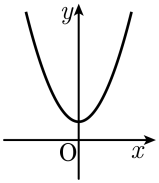
해설

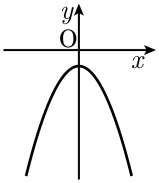
$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x-3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x-3)^2$ 이다.

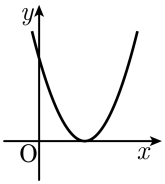
따라서 $y = -2(x-3)^2$ 이다.

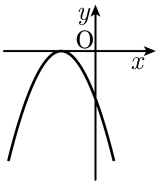
16. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?

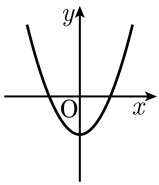


① 

② 

③ 

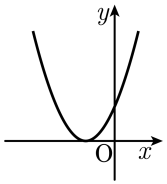
④ 

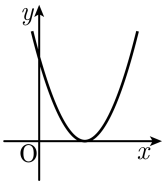
⑤ 

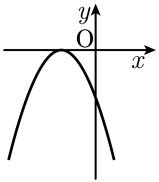
해설

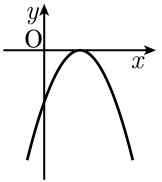
$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b < 0$ 이다.

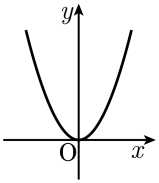
17. 일차함수 $y = ax + b (a \neq 0,\ b \neq 0)$ 의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않으므로$a > 0,\ b < 0$ 이다.
$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 왼쪽에 있다.

18. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

보기

㉠ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.

㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.

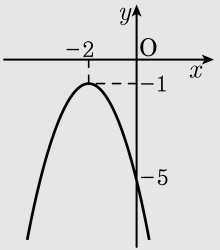
㉣ 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

㉤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠,㉤ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

㉠ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
㉣ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



19. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

② 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3)$ 이다.

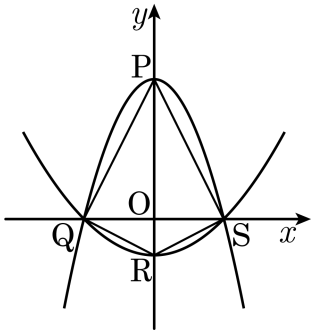
④ 포물선과 y 축과의 교점의 좌표는 $\left(0,\ \frac{5}{2}\right)$ 이다.

⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

해설

⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

20. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $\mathrm{P}(0, 4)$ 이고, 점 $\mathrm{R}(0, -1)$ 이다.

㉡ 점 $\mathrm{Q}(2, 0)$ 이고, 점 $\mathrm{S}(-2, 0)$ 이다.

㉢ $\overline{\mathrm{QS}} = 8$ 이다.

㉣ $\triangle \mathrm{PRS} = 5$, $\triangle \mathrm{QPR} = 8$ 이다.

㉤ $\square \mathrm{PQRS} = 12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $\mathrm{Q}(-2, 0)$, $\mathrm{S}(2, 0)$ 이다.

$\overline{\mathrm{QS}} = 4$

또, $\mathrm{P}(0, 4)$ 이고 $\mathrm{R}(0, -1)$

$\triangle \mathrm{PRS} = \triangle \mathrm{QPR} = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

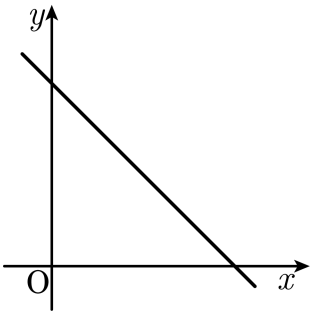
21. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

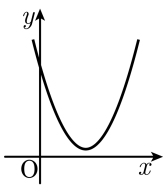
① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

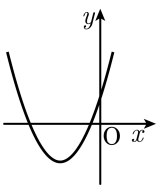
해설

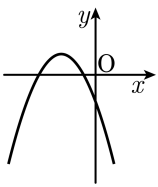
$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
$y = -3(x-5)^2 - 2$ 이고
$y = -3(x-5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k-5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

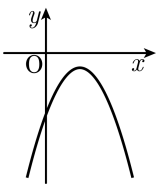
22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?

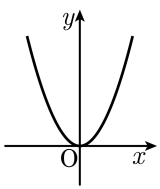


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

23. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 1)$ ② $(3,\ 5)$ ③ $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$

④ $(2,\ 5)$ ⑤ $\left(-1,\ \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2,\ \ \therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로 $3 = \frac{1}{2}(-1+2)^2 + b,\ \ \therefore b = \frac{5}{2}$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$ 이다.

24. $y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 A(2, 8), B(a, b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C , D 라 하고, 원점을 O 라 한다. $\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 2 : a^2 일 때, a 의 값을 구하면? (단, $0 < a < 2$)

① $a = \dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}$ ② $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

③ $a = \dfrac{-1+\sqrt{10}}{2}$ ④ $a = \dfrac{-1-\sqrt{10}}{2}$

⑤ $a = \dfrac{2}{3}$

해설

$y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 A(2,8) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 $(-2, 8)$ 이고, 점 B(a, b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 $(-a, b)$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로 하면 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times (8-b)$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because$ (a, b) 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times (8-2a^2) = 4(4-a^2)$

또한, $\triangle BOD = \dfrac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 이므로 $4(4-a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$

$\therefore a^2(4-a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0$ 에서 $a = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

여기서 $0 < a < 2$ 이므로 $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$