

1. $(1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i)$ 를 계산하면?

- ① $17 - i$ ② $3 + i$ ③ $3 - i$ ④ $7 + i$ ⑤ $7 - i$

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i) \\ &= (1 + 9) - (6 - i + 1) \\ &= 3 + i \end{aligned}$$

2. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i} + \frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{13}$

해설

(준식)

$$= \frac{(1-2i)(2-3i) + (1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)}$$

$$= \frac{(2-6) + (-4-3i)i + (2-6) + (4+3)i}{2^2 + 3^2}$$

$$= \frac{(-4-7i) + (-4+7i)}{13}$$

$$= -\frac{8}{13}$$

3. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

① $\frac{\sqrt{D}}{a}$

② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$

③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$

⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ (단, } D = b^2 - 4ac \text{)}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

4. $3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 일 때, $x - y$ 의 범위는?

① $4 \leq x - y \leq 15$

② $-3 \leq x - y \leq 12$

③ $0 \leq x - y \leq 11$

④ $3 \leq x - y \leq 36$

⑤ $3 \leq x - y \leq 40$

해설

$3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 를 $x - y$ 에 대입하면

$$3 - 3 \leq x - y \leq 12 - 1$$

5. 다음 <보기> 중 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 서로 수직인 직선을 모두 고른 것은?

보기

- ☐ ㉠ $y = 2x + 1$
- ☐ ㉡ $y = -2(x - 1)$
- ☐ ㉢ $y = -2x + 3$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이므로
직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 수직인 직선의 기울기는 -2 이다.
기울기가 -2 인 직선은 ㉡, ㉢이다.

6. 두 원 $x^2 + y^2 = 9$, $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 1 개

해설

$$A : x^2 + y^2 = 9$$

중심 $(0, 0)$, 반지름의 길이 3

$$B: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$$

중심 (4, 3), 반지름의 길이 2

두 원의 중심 사이의 거리를 구하면, $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

∴ 중심 사이의 거리는 두 원의 반지름의 합과 같다.

같다. $\Rightarrow$ 두 원은 외접한다, 교점의 개수 1 개

7. $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 x 에 대해 항상 성립 하도록 a, b, c 를 구할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

8. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

9. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

10. 두 다항식 $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$, $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$ ③ $(x+1)(x-2)$
④ $(x-1)(x-2)$ ⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4 \\ &= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2) \\ & 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1) \\ & \therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,
 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0$ 에서
 $(k - 2)(k - 10) = 0$
따라서, $k = 2, k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

12. 연립방정식
$$\begin{cases} x+y+z=4 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x-y-2z=3 & \cdots \cdots \textcircled{2} \\ x+2y-3z=-1 & \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$
 을 만족하는 x, y, z 를 순

서대로 구하면?

① $-1, 0, 1$

② $5, -1, 1$

③ $4, 0, 1$

④ $4, -1, 1$

⑤ $4, -1, 3$

해설

① - ② 에서 $2y+3z=1 \cdots \cdots \textcircled{4}$

② - ③ 에서 $-3y+z=4 \cdots \cdots \textcircled{5}$

④ - ⑤ $\times 3$ 에서 $y=-1$ 을 ⑤ 에 대입하면 $z=1$

또, $y=-1, z=1$ 을 ① 에 대입하면 $x=4$

$\therefore x=4, y=-1, z=1$

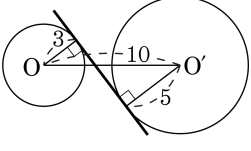
13. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 < a < 3$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-2 < a < 6$
④ $2 < a < 4$ ⑤ $2 < a < 6$

해설

$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$
모든 실수 x 에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을
 D 라 할 때,
 $D < 0$ 이어야 하므로
 $D = a^2 - 4(a + 3) < 0$
 $a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$
 $\therefore -2 < a < 6$

14. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

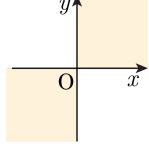
▷ 정답 : 6

해설

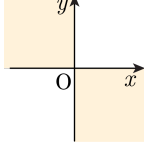
공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

15. 부등식 $xy > 0$ 이 나타내는 영역을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?
(단, 경계는 포함하지 않는다.)

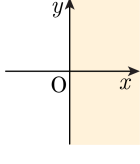
①



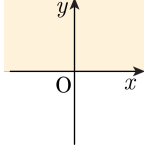
②



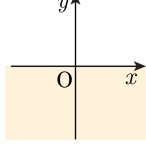
③



④

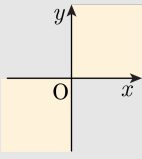


⑤



해설

$xy > 0$
i) $x > 0, y > 0$ 일 때, 제 1 사분면을 나타낸다.
ii) $x < 0, y < 0$ 일 때, 제 3 사분면을 나타낸다.
i), ii) 에 의해서 아래 그림이 구하는 영역이다. (단, 경계는 포함하지 않는다.)



16. 등식 $x^3 + x - 1 = (x - a)(x - b)(x - c)$ 가 항등식일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 3

④ 7

⑤ -7

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x - 1 \\ &= (x - a)(x - b)(x - c) \\ &= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc \\ &\therefore a + b + c = 0, \quad ab + bc + ca = 1, \quad abc = 1 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3 \end{aligned}$$

17. 세 점 A(1, 2), B(-2, 3), C(3, -1) 에서 직선 $l : 3x + 4y - 1 = 0$ 까지의 거리를 각각 d_1, d_2, d_3 라 할 때, d_1, d_2, d_3 의 크기를 바르게 비교한 것은?

- ① $d_1 < d_2 < d_3$ ② $d_1 < d_3 < d_2$ ③ $d_2 < d_3 < d_1$

- ④ $d_3 < d_2 < d_1$ ⑤ $d_3 < d_1 < d_2$

해설

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{|3 \times 1 + 4 \times 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|3 + 8 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_2 &= \frac{|3 \times (-2) + 4 \times 3 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|-6 + 12 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_3 &= \frac{|3 \times 3 + 4 \times (-1) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|9 - 4 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{4}{5} \text{ 에서} \end{aligned}$$

따라서 $d_3 < d_2 < d_1$

18. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나지 않도록 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 < k < 5$ ② $k > 5, k < -5$ ③ $-5 \leq k \leq 5$
④ $k \geq 5, k \geq -5$ ⑤ $0 < k \leq 5$

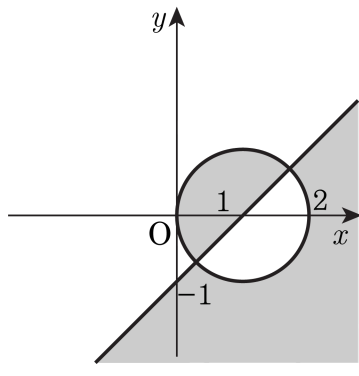
해설

원과 직선이 만나지 않으려면, 원 중심과 직선사이 거리가 원 반지름보다 커야 한다.

$$\therefore \frac{|k|}{\sqrt{2^2 + 1}} > \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow k > 5 \text{ 또는 } k < -5$$

19. 다음 색칠한 부분의 영역을 부등식으로 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선 포함)



- ① $(x^2 + y^2 - 2y)(x - y - 1) \leq 0$
 ② $(x^2 + y^2 - 2y)(x - y - 1) \geq 0$
 ③ $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1) \leq 0$
 ④ $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1) \geq 0$
 ⑤ $(x^2 + y^2)(x - y - 1) \geq 0$

해설

$x^2 + y^2 - 2x = 0$, $x - y - 1 = 0$ 가 주어진 영역의 경계를 나타내고, 주어진 영역속의 점 $(3, 0)$ 을 $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1)$ 에 대입하면 0보다 크므로 구하고자 하는 식은 $(x^2 + y^2 - 2x)(x - y - 1) \geq 0$ 이다.

20. 연립부등식
$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{4}x^2 - 1 \\ y \leq -\frac{1}{4}x^2 + 1 \end{cases}$$
 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여

$y - \frac{1}{2}x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ㉠ $\frac{5}{2}$ ㉡ 2 ㉢ $\frac{3}{2}$ ㉣ 1 ㉤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 연립부등식의 영역은 그림에서 색칠한 부분이다.

여기서 $y = -\frac{1}{2}x = k$ 라 하면,

k 가 최대, 최소로 되는 것은 그림과 같이 꼭선에 접할 때이다.

따라서 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ 과 $y = \frac{1}{2}x + k$

가 접할 때,

$$\frac{1}{2}x + k = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$

$$x^2 + 2x + 4(k - 1) = 0$$

$$D/4 = 1 - 4(k - 1) = 0$$

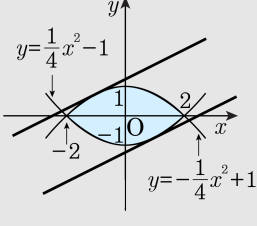
$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \text{최댓값은 } M = \frac{5}{4}$$

또한, $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ 과 $y = \frac{1}{2}x + k$ 가 접할 때,

같은 방법으로 최솟값을 구하면 $m = -\frac{5}{4}$

$$\therefore M - m = \frac{5}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{2}$$

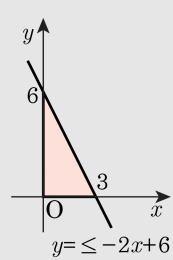


21. 세 부등식 $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq -2x + 6$ 을 만족시키는 x, y 값에 대하여 $y - 2x$ 의 최댓값과 최솟값을 구하면?

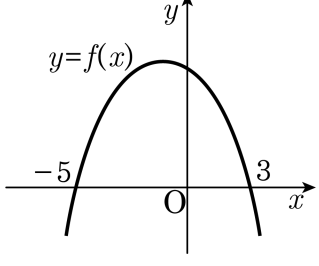
- ① 최댓값 : 6, 최솟값 : -6 ② 최댓값 : 6, 최솟값 : -4
 ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : -6 ④ 최댓값 : 4, 최솟값 : 2
 ⑤ 최댓값 : 4, 최솟값 : -4

해설

$x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq -2x + 6$ 를 만족시키는 x, y 를 구하기 위해 그래프를 그려보면
 그림과 같으므로
 $y - 2x = k$ 라 하면
 $y = 2x + k$ 가
 (0, 6)를 지날 때 최대,
 (3, 0)을 지날 때 최소임을 알 수 있다.
 $\therefore$ 최댓값 : 6, 최솟값 : -6



22. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ ($a < 0$) 으로 놓으면
 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right)$
 $= \frac{a}{4}(x+6)(x-10)$ 이므로
 $\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서
 $x = -6$ 또는 $x = 10$
따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

23. 원 $x^2 + y^2 + 2ax + 2y - 6 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의 둘레를 이등분할 때, a^2 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 9

해설

원 $x^2 + y^2 + 2ax + 2y - 6 = 0$ 이
원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의
둘레를 이등분하려면
두 원의 교점을 지나는 직선이
원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의 중심을 지나야
한다. 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $(x^2 + y^2 + 2ax + 2y - 6) - (x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2) = 0$
 $2(a - 1)x + 2(a + 1)y - 4 = 0$
 $\therefore (a - 1)x + (a + 1)y - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
또, 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 을
표준형으로 바꾸면,
 $(x + 1)^2 + (y - a)^2 = a^2 + 3$ 이므로
중심의 좌표는 $(-1, a)$ 이다. 이 때, 직선 $\textcircled{1}$ 이
점 $(-1, a)$ 를 지나야 하므로 $-(a - 1) + a(a + 1) - 2 = 0$
 $a^2 - 1 = 0,$
 $\therefore a^2 = 1$

24. 두 원 $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 9$, $(x-1)^2 + (y+a)^2 = 1$ 이 직교하도록 하는 a 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

두 원의 중심이 각각 $(a, 2)$, $(1, -a)$ 이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2 + (2+a)^2}$ 이다.
두 원의 반지름은 각각 3, 1 이므로
직교하기 위한 조건은
 $(a-1)^2 + (2+a)^2 = 3^2 + 1^2$
 $\therefore 2a^2 + 2a - 5 = 0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 곱은 $-\frac{5}{2}$

25. 이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값을 구하면?

- ① $\pm \sqrt{3}i$ ② $\sqrt{3}i$ ③ $\sqrt{7}i$ ④ $\pm \sqrt{7}i$ ⑤ 0

해설

$D > 0$ 이므로 α, β 는 실수

$$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 1 \quad \therefore \alpha < 0, \beta < 0$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} \\ &= \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = -7 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{7}i$$

$\sqrt{-\alpha}i + \sqrt{-\beta}i = (\sqrt{-\alpha} + \sqrt{-\beta})i$ 의 꼴이 되므로 $-\sqrt{7}i$ 가 구하는 값이 될 수 없다.