

1. 다음 중에서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것을 모두 찾으시오.

① $y = 2x^3 - 2x$

② $y = x(x + 2)$

③ $y = \frac{4}{x^2}$

④ $y = (x + 1)(x - 2)$

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2$

해설

① $y = 2x^3 - 2x$ 는 삼차함수이다.

③ $y = \frac{4}{x^2}$ 는 분수함수이다.

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

2. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = (x - 1)(x + 1)$

② $y = (2x + 1)^2 - 4x^2$

③ $y = \left(\frac{3}{x-3}\right)^2$

④ $y = (x + 1)^2 - x^2$

⑤ $y = (2x - 2)^2 + x^2$

해설

②는 정리하면 $y = 4x + 1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

3. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

- ① 지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ② 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
- ③ 윗변의 길이가 $2x$, 아랫변의 길이가 $3x$, 높이가 3 인 사다리꼴의 넓이 y
- ④ 밑변의 반지름의 길이가 x , 높이가 10 인 원뿔의 부피 y
- ⑤ 시속 x km 로 3 시간 동안 달린 거리 y

해설

- ① $y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \pi$ 이므로 이차함수이다.
- ② $y = x^2$ 이므로 이차함수이다.
- ③ $y = \frac{3}{2}(2x + 3x)$ 이므로 이차함수가 아니다.
- ④ $y = \frac{10}{3}x^2\pi$ 이므로 이차함수이다.
- ⑤ $y = 3x$ 이므로 이차함수가 아니다.

4. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a + 2)(a - 1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

5. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 =$$

$$0, \quad (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

6. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ 10

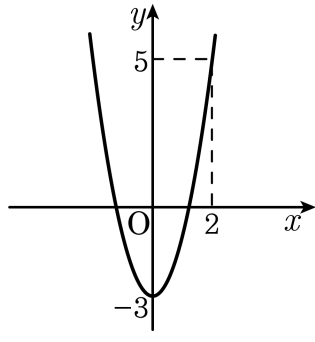
④ -10

⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

7. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



- ① (1, -2) ② $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ③ (-1, 1)
 ④ (-2, -5) ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$

해설

점 (2, 5) 를 지나므로 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 3, 4a = 8, a = 2 \therefore y = 2x^2 - 3$$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함숫값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$ 를 지난다.

8. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

9. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면?

① $a = 4, b = -6$

② $a = -4, b = -6$

③ $a = 4, b = -8$

④ $a = 6, b = -6$

⑤ $a = 6, b = -8$

해설

점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.

따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로

$12 = 3 \times k^2, k^2 = 4$

따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

11. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b - a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times (1)^2$, $a = -3 \therefore y = -3x^2$
점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2$, $m^2 = 9 \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로
 $a = -3$, $b = 3$
따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

12. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

14. 다음 보기 중 $y = 2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

16. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 않은 것을 고르면?

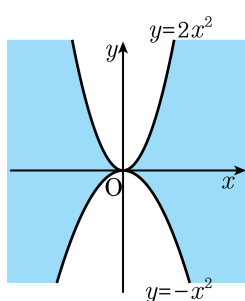
① $y = \frac{3}{2}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = x^2$

② $y = -\frac{3}{2}x^2$

④ $y = -\frac{1}{2}x^2$

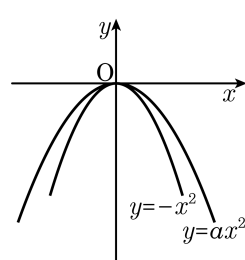


해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2보다 작은 그래프
 $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1보다 작은 그래프
 두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

17. $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 a 의 값의 범위는 $2m < a < n$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

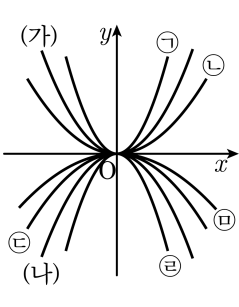


해설

$$-1 < a < 0 \quad \therefore m = -\frac{1}{2}, n = 0$$

$$\therefore m + n = -\frac{1}{2}$$

18. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이
고, $y = x^2 \cdots (가)$, $y = -x^2 \cdots (나)$ 이다. $-1 <$
 $a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은
것은?
- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
- ④ ㉣ ⑤ ㉤



해설
 $0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡ 이다.

19. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.
 - ② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 - ③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 - ⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

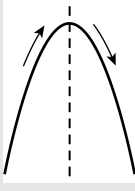
- ① 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

20. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

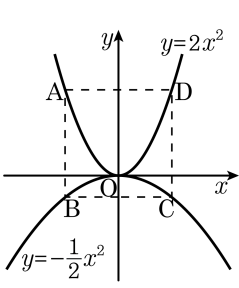
- ① $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ 이다.
- ③ $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ 아래로 볼록하다.
- ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
이에 따라 살펴보면 ①, ②, ④는 옳지 않다.
③에서 위로 볼록하므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



21. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$