

1.  $(x+y)(x+y-6)-16=0$  일 때,  $x+y$  의 값들의 합은?

① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

해설

$x+y=A$  라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서  $x+y$  의 값들의 합은  $8+(-2)=6$  이다.

2. 이차방정식  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$  의 두 근의 합을  $a$ , 두 근의 곱을  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값은?

① -5      ② -3      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면  $3x^2 + 10x = 5$ ,  $3x^2 + 10x - 5 = 0$

두 근의 합  $a = -\frac{10}{3}$

두 근의 곱  $b = -\frac{5}{3}$

$\therefore a + b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5$

3. 이차방정식  $3x^2 - 9x + 5 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$       ②  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$       ③  $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$   
④  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{5}{9}$       ⑤  $(\alpha - \beta)^2 = \frac{3}{7}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$$

4. 이차방정식  $x^2 + bx + a + 1 = 0$  의 근이  $-4, -1$  일 때,  $ax^2 - bx - 2 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $\alpha\beta$  의 값은?

①  $-1$       ②  $-\frac{2}{3}$       ③  $-\frac{1}{3}$       ④  $0$       ⑤  $\frac{1}{3}$

해설

두 근이  $-4, -1$  이므로

$$(x + 4)(x + 1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

5. 다음은 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

①  $\frac{b^2}{4a^2}$                       ②  $\frac{b}{2a}$                       ③  $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$   
④  $-\frac{b}{2a}$                       ⑤  $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$  양변을  $a$  로 나눈다.  
 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$  양변에  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$  을 더한다.  
 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$   
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$   
 $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$   
 $\therefore$  ③이 잘못되었다.

6. 다음은 이차방정식  $ax^2 + 2bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단,  $b^2 - ac \geq 0$ )

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ①  $\frac{b^2}{a^2}$

②  $\frac{b}{a}$

③  $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④  $-\frac{b}{a}$

⑤  $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을  $a$  로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에  $\frac{b^2}{a^2}$  을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

7. 이차방정식  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$  의 해를 구하면?

- ①  $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$       ②  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$       ③  $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$   
④  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$       ⑤  $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

8. 이차방정식  $x^2 + ax - 10 = 0$  의 해가 정수일 때, 정수  $a$  의 개수를 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

곱이  $-10$  인 두 정수는  
 $-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$   
 $= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$   
 $(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$   
이므로 두 수의 합은  $-9, 9, -3, 3$  이다.  
 $a = 9$  또는  $a = -9$  또는  $a = 3$  또는  $a = -3$   
따라서 정수  $a$  의 개수는 4 이다.

9. 이차방정식  $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$  이 정수의 근을 가질 때, 정수  $a$  의 값들의 합을 구하면?

① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

해설

주어진 식을  $a$  에 관하여 정리하면  $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$  이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

$a$  는 정수이므로  $x-3 = \pm 1$  이다.

$x = 2$  또는  $x = 4$  이므로

( i )  $x = 2$  일 때,  $a = 2$

( ii )  $x = 4$  일 때,  $a = 4$  이다.

따라서 정수  $a$  의 값들의 합은  $2 + 4 = 6$  이다.

10. 이차방정식  $4x - \frac{x^2 + 1}{4} = 3(x - a)$  의 근이  $x = b \pm \sqrt{15}$  일 때,  $\frac{1}{2}ab$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

해설

양변에 4 를 곱하면  $16x - (x^2 + 1) = 12(x - a)$

$x^2 - 4x + (1 - 12a) = 0$

근이  $x = b \pm \sqrt{15}$  이므로

두 근의 합은  $2b = 4 \quad \therefore b = 2$

두 근의 곱은  $b^2 - 15 = 1 - 12a \quad \therefore a = 1$

$\therefore \frac{1}{2}ab = 1$

11. 두 실수  $x, y$  에 대하여  $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}$ ,  $y = 3 + \sqrt{2}$  일 때,  $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$  이 성립하는  $m$  의 값들의 합은?

① -3

② -4

③ 5

④ -5

⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$  에서  $2x - y = t$  로 치환하면

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

$$(t + 6)(t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -6$$

i)  $t = 4$  일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$$

$$m = -7$$

ii)  $t = -6$  일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$$

$$m = 3$$

따라서 모든  $m$  의 값의 합은  $(-7) + 3 = -4$  이다.

12. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

①  $x^2 - 2x - 4 = 0$

②  $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③  $x^2 - 4x + 5 = 0$

④  $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤  $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식  $D < 0$  이면 이차방정식의 해가 없다.

①  $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

②  $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③  $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④  $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤  $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

13. 이차방정식  $2x^2 - 6x + 2k + 3 = 0$  이 서로 다른 두 근을 갖기 위한  $k$  값의 범위를 구하면?

①  $k < -\frac{3}{4}$

②  $k < -\frac{1}{2}$

③  $k < 0$

④  $k < \frac{1}{2}$

⑤  $k < \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - 2 \times (2k + 3) > 0, k < \frac{3}{4}$$

14. 이차방정식  $3x^2 - 9x + a = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$  이다. 이 때, 상수  $a$  의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{a}{3}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \frac{2a}{3} = 5$$

$$\therefore a = 6$$

15. 이차방정식  $x^2 + 3x + 6 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ①

$(\alpha + \beta)^2 = 9$
- ②

$\alpha + \beta + \alpha\beta = 9$
- ③

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$
- ④

$\alpha^2 + \beta^2 = 21$
- ⑤

$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{1}{12}$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 6$$

①

$(\alpha + \beta)^2 = (-3)^2 = 9$

②

$\alpha + \beta + \alpha\beta = (-3) + 6 = 3$

③

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(-3)}{6} = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

④

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-3)^2 - 2 \times 6 = -3\end{aligned}$$

⑤

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} \\ &= \frac{-3}{36} = -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

16. 이차방정식  $x^2 + x - 5 = 0$  의 두 근의 합과 곱이  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근일 때,  $m + n$  의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-1$ , 두 근의 곱은  $-5$  따라서  $-1, -5$  가  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이다.

$$-m = (-1) + (-5) = -6, n = (-1) \times (-5) = 5$$

$$m = 6, n = 5$$

$$\therefore m + n = 11$$

17. 이차방정식  $ax^2 + bx - 1 = 0$  의 한 근이  $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$  일 때, 유리수  $a + b$  의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

한 근이  $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$  이므로 다른 한 근은  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은  $-\frac{b}{a} = 1$

두 근의 곱은  $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{4}$

$\therefore a = 4, b = -4$

$\therefore a + b = 0$

18. 이차방정식  $x^2 + 3ax - 2a = 0$  을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이  $-3$  이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

- ①  $x = 1$  또는  $2$   
②  $x = -1$  또는  $-2$   
③  $x = 1$  또는  $-3$   
④  $x = -1$  또는  $-3$   
⑤  $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$  또는  $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

**해설**

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은  $x^2 - 2ax + 3a = 0$   
그때의 해가  $x = -3$  이므로 대입하면  
 $9 + 6a + 3a = 0$   
 $\therefore a = -1$   
따라서 이차방정식은  
 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$   
 $\therefore x = 2$  또는  $x = 1$

19. 두 근이  $\frac{1}{2}$ ,  $-1$  이고  $x^2$  의 계수가 2인 이차방정식  $2x^2 + mx + n = 0$  에서  $m + n$  의 값은?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ -3

해설

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$m = 1, n = -1$$

$$\therefore m + n = 0$$

20. 이차방정식  $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고  $x^2$ 의 계수가 2인 이차방정식은?

①  $2x^2 - 2x + 4 = 0$

②  $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③  $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④  $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤  $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은  $-1$  이므로 구하는 이차방정식의  
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은  $-2$   
따라서 구하는 이차방정식은  $x^2 - x - 2 = 0$   
양변에 2를 곱하면  $2x^2 - 2x - 4 = 0$

21. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7    ② -7, 2    ③ -4, 9    ④ 3, -5    ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

22. 서로 다른 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 0$  일 때, 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 판별식  $D = b^2 - 4ac$  에  $b = -a - c$  를 대입하면  $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$   $a \neq c, a - c \neq 0$  이므로  $(a - c)^2 > 0$  이다.  
따라서 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

23. 이차방정식  $x^2 + ax + 9b = 0$  이 중근을 가질 때,  $a$  의 값이 최대가 되도록  $b$  의 값을 정하려고 한다. 이 때,  $a$  의 값은? (단,  $a, b$  는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$  이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서  $b$  는 제곱수이어야 하고,  $b$  가 최대일 때  $a$  가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로  $b = 81$  이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

24.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이  $k$  값에 관계없이 중근을 가질 때,  $8ab$ 의 값은?

①  $-2$       ②  $2$       ③  $-1$       ④  $1$       ⑤  $0$

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

$k$ 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

25. 이차방정식  $ax^2 + bx + 5 = 0$  의 한 근이  $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$  일 때, 유리수  $a, b$  의 합  $a + b$  의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이  $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$  이므로 다른 한 근은  $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

26. 이차방정식  $2x^2 - 2ax + 12 = 0$  의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는  $a$  의 값은?

①  $\pm 1$

②  $\pm 2$

③  $\pm 3$

④  $\pm 4$

⑤  $\pm 5$

해설

두 근을 각각  $2k, 3k(k \neq 0)$  라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

27. 이차방정식  $2x^2 - 2ax + 12 = 0$  의 두 근의 비가  $2 : 3$  이 되는  $a$  의 값은?

①  $\pm 1$

②  $\pm 2$

③  $\pm 3$

④  $\pm 4$

⑤  $\pm 5$

해설

두 근을 각각  $2k, 3k(k \neq 0)$  라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

28. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이  $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이  $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때,  $ab$ 의 값은?

- ① -4
- ② -2
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해  $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은  $-a$ ,  
두 근의 곱은  $b$ 이다.  
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은  
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$   
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은  
 $(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$   
 $\therefore a = -4, b = -1$   
 $\therefore ab = 4$

해설

소연이 푼 식은  
 $\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$   
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항  $b =$   
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$   
소희가 푼 식은  
 $\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$   
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는  
 $a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$   
따라서, 처음 이차방정식은  $x^2 - 4x - 1 = 0$   
 $\therefore ab = 4$

29. 이차방정식  $x^2 + 3x - 2 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha + 1, \beta + 1$  을 두 근으로 하고  $x^2$  의 계수가 2 인 이차방정식은?

①  $2x^2 - 2x + 8 = 0$

②  $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③  $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④  $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤  $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

30. 이차방정식  $2x^2 + bx + c = 0$  의 근을  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$  이라 할 때,  
이차방정식  $2x^2 - bx - c = 0$  의 두 근의 합은?

- ①  $-\frac{3}{2}$       ②  $-3$       ③  $-4$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $1$

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은  $\frac{3}{2}$  이다.

31. 방정식  $xy + y^2 - x + 8 = 0$  을 만족시키는 순서쌍  $(x, y)$  가 한 개 존재할 때,  $x - y$  의 값은?

①  $-2 \pm 2\sqrt{2}$

②  $-3 \pm \sqrt{2}$

③  $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④  $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤  $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$  라 하면  $y = x - k$   
이것을  $xy + y^2 - x + 8 = 0$  에 대입하면  
 $x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$   
 $2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$   
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍  $(x, y)$  가 한 개이면  
판별식이 0 이 되어야 하므로  
 $(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$   
 $k^2 + 6k - 63 = 0$   
 $\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$   
 $\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$

32.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식  $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

②  $x=p$  또는  $x=q$

③  $x=p$  또는  $x=-q$

④  $x=-p$  또는  $x=q$

⑤  $x=-p$  또는  $x=-q$

해설

방정식  $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$$

이 방정식의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

$$\alpha+\beta=-(p+q), \alpha\beta=pq-k$$

방정식  $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$$

$$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0 (\because 1)$$

인수분해하면  $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은  $x=-p$  또는  $x=-q$ 이다.