

1. 이차함수  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$  에서  $f(a) = 3$  일 때,  $a$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 2

해설

$f(a) = 2a^2 - 4a + 3 = 3$  ,  $2a(a - 2) = 0$  이므로  $a = 0$  ,  $a = 2$  이다.

2. 함수  $y = f(x)$  에서  $y = x^2 + 3x - 2$  일 때,  $f(f(f(1)))$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 86

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 2 = 2$$

$$f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 8$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(2))$$

$$= f(8)$$

$$= 8^2 + 3 \times 8 - 2 = 86$$

3. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프가 제 3사분면 위의 점  $(a, 3a)$  를 지날 때,  $2a$  의 값은?

- ① -3      ② 3      ③ -4      ④ 4      ⑤ -2

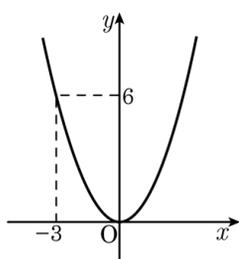
해설

$$3a = -2a^2, 2a \left( a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점  $(a, 3a)$  가 제 3 사분면 위의 점이므로  $2a = 2 \times \left( -\frac{3}{2} \right) = -3$  이다.

4. 다음 그림과 같이  $y$ 가  $x$ 의 제곱에 정비례하는 이차함수  $y = f(x)$ 에 대하여  $f(-3) = 6$ 일 때,  $f(-1)$ 의 값은?



- ①  $-2$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서  $f(-3) = 6$ 이므로  $6 = a \times (-3)^2$ ,  $9a = 6$ ,  $a = \frac{2}{3}$   $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$   
따라서  $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

5. 다음 보기 중  $y = 2x^2$  과 서로  $x$  축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

①  $y = 4x^2$

②  $y = \frac{1}{2}x^2$

③  $y = -2x^2$

④  $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤  $y = x^2$

해설

$x^2$  의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

6. 다음 포물선의 폭이 가장 큰 것은?

$$(가) y = -x^2$$

$$(나) y = -5x^2$$

$$(다) y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$(라) y = -\frac{5}{4}x^2$$

① (가)

② (나)

③ (다)

④ (라)

⑤ 모두 같다.

**해설**

$y = ax$  에서  $a$  의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

7.  $y = -\frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하면 점  $(-1, -\frac{17}{3})$  을 지난다. 이 때,  $q$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하면  $y = -\frac{2}{3}x^2 + q$  이다.

$(-1, -\frac{17}{3})$  을 대입하면  $-\frac{17}{3} = -\frac{2}{3} + q$  이므로  $q = -5$  이다.

8. 이차함수  $y = -(x+3)^2 - 5$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $m$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $n$  만큼 평행이동시키면 꼭짓점이  $(-3, -1)$  이 된다고 한다. 이 때,  $m+n$  의 값은?

- ①  $-1$       ②  $2$       ③  $-3$       ④  $4$       ⑤  $0$

**해설**

이차함수의 꼭짓점  $(-3, -5)$ 를  $x$  축으로  $m$ ,  $y$  축으로  $n$  만큼 평행이동한 점은  $(-3+m, -5+n) = (-3, -1)$  이다.  
 $-3+m = -3$ ,  $-5+n = -1$  이므로  $m = 0$ ,  $n = 4$  이다.  
따라서  $m+n = 4$  이다.

9. 이차함수  $y = -x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서  $x$  의 값이 증가할 때  $y$  의 값도 증가하는  $x$  의 값의 범위는?

- ①  $x > -4$                       ②  $x < -4$                       ③  $x < 4$   
④  $x > 4$                           ⑤  $x > -5$

**해설**

$y = -x^2$  의 그래프를  $x$  축 방향으로 4 만큼 평행이동하면  $y = -(x-4)^2$  꼭짓점이  $(4, 0)$  이고 위로 볼록한 그래프이므로  $x < 4$  인 범위에서  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.

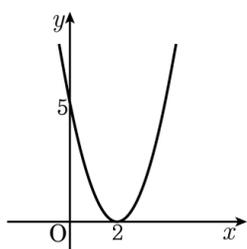
10. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후  $y$  축에 대하여 대칭이동한 식이  $y = a(x + p)^2 + q$  일 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값은?

- ① 30      ② 20      ③ 10      ④ -6      ⑤ -5

해설

이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 3 만큼,  $y$  축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면  $y = -2(x-3)^2 - 5$  이고,  $y$  축에 대하여 대칭이동하면  $y = -2(-x-3)^2 - 5 = -2(x+3)^2 - 5$  이다.  
 $\therefore a = -2, p = 3, q = -5$   
 $\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$

11. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가  $(2, 0)$  이고,  $y$  절편이 5 인 포물선의 식을  $y = a(x - p)^2$  이라 할 때,  $ap$  의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{5}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(2, 0)$  이므로  
 $y = a(x - 2)^2$  이고,  $y$  절편이 5 이므로

$$5 = a(0 - 2)^2, a = \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}(x - 2)^2$$

$$a = \frac{5}{4}, p = 2$$

$$\therefore ap = \frac{5}{2}$$

12. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 3$  과  $y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x-1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x-1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$y = x^2 + ax + b = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

13. 이차함수  $y = 3x^2 - 12x + 1$  와  $y = 2x^2 + px + q$  와 꼭짓점이 일치할 때,  $p - q$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x-2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, -11) 이고,

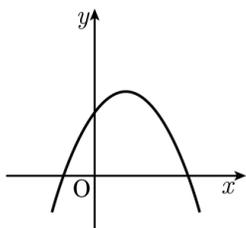
$y = 2x^2 + px + q$  와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x-2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로  $p = -8$ ,  $q = -3$  이다.

$$\therefore p - q = -5$$

14. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



- ①  $b^2 - 4ac < 0$   
 ②  $abc < 0$   
 ③  $-\frac{c}{a} > 0$   
 ④  $x_1 < x_2 < 0$  일 때,  $f(x_1) < f(x_2)$   
 ⑤  $a - b + c > 0$

**해설**

- ①  $x$  축과의 교점이 두 개이므로  $D = b^2 - 4ac > 0$   
 ②  $a < 0, b > 0, c > 0$  이므로  $abc < 0$   
 ③  $a < 0, c > 0$  이므로  $-\frac{c}{a} > 0$   
 ④  $x < 0$  인 구간에서  $x$  값이 증가하면  $y$  값도 증가하는 그래프 이므로  
 $x_1 < x_2 < 0$  이면  $f(x_1) < f(x_2)$   
 ⑤  $f(-1) = a - b + c$  의 값은 양수도 될 수 있고 음수도 될 수 있다.  
 따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

15. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$  의 그래프에서  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값도 증가하는  $x$  값의 범위를 구하면?

- ①  $x > 1$     ②  $x > 2$     ③  $x > 3$     ④  $x < 2$     ⑤  $x < 1$

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\&= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\&= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{7}{2}\end{aligned}$$

축이  $x = 3$  이므로  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값도 증가하는 범위는  $x > 3$  이다.

16. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)이다.
- ② 모든  $x$ 의 값에 대하여  $y$ 의 값의 범위는  $y \leq 1$ 이다.
- ③  $y$ 축에 대칭인 그래프의 식은  $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④  $x$ 가 증가할 때  $y$ 가 감소하는  $x$ 의 범위는  $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

**해설**

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1)이다.
- ② 모든  $x$ 의 값에 대하여  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 1$ 이다.
- ③  $y$ 축에 대칭인 그래프의 식은  $x$  대신  $-x$ 를 대입하므로  $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이  $x = 1$ 이므로  $x < 1$ 일 때,  $x$ 가 증가할 때  $y$ 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1),  $y$ 절편이 3인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

17. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  가 다음 조건을 만족할 때, 다음 중 옳은 것은?

I.  $\frac{b}{2a} = -1$

II. 최댓값은 있으나, 최솟값은 없다.

III. 점  $(\frac{5}{3}, 0)$  을 지난다.

①  $a > 0$

②  $c > 0$

③ 다른 한  $x$  절편이  $-\frac{1}{3}$  이다.

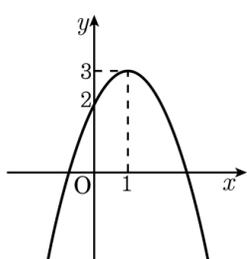
④ 꼭짓점이 제 3 사분면에 있다.

⑤ 그래프는 제 2 사분면을 지나지 않는다.

해설

꼭짓점이 제 1사분면에 있고, 위로 볼록한데  $y$  절편이 원점 아래에 있기 때문에 제 2사분면을 지나지 않는다.

18. 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?



- ①  $y = -2x^2 + 4x + 2$       ②  $y = -x^2 + 2x + 2$   
③  $y = -2x^2 - 4x + 2$       ④  $y = -x^2 - 2x + 2$   
⑤  $y = -3x^2 - 6x + 2$

해설

$y = a(x-1)^2 + 3$  가 점  $(0, 2)$  를 지나므로

$2 = a(0-1)^2 + 3$ ,  $a = -1$  이다.

$$\begin{aligned} \therefore y &= -(x-1)^2 + 3 \\ &= -x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

19. 세 점  $(0, 6)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(1, 8)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = 2x^2 - 4x + 6$

②  $y = 2x^2 + 4x + 6$

③  $y = -2x^2 - 4x + 6$

④  $y = -2x^2 + 4x + 6$

⑤  $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$  라 하면,

$(0, 6)$  을 지나므로  $c = 6$

$(-1, 0)$  을 대입하면  $0 = a - b + 6$ ,  $a - b = -6$

$(1, 8)$  을 대입하면  $8 = a + b + 6$ ,  $a + b = 2$

$\therefore a = -2, b = 4, c = 6$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$

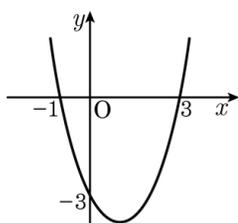
20. 이차함수  $y = ax^2 + 4x - b$  가 세 점  $(1, 1)$ ,  $(0, -5)$ ,  $(2, c)$  를 지날 때,  $a + b + c$  의 값은?

- ① 2      ② 5      ③ 8      ④ 11      ⑤ 18

해설

$(0, -5)$  를 지나므로  $-5 = -b, b = 5$   
 $(1, 1)$  을 지나므로  $1 = a + 4 - b, a = 2$   
따라서 주어진 이차함수의 식은  $y = 2x^2 + 4x - 5$   
이 함수의 그래프가  $(2, c)$  를 지나므로  
 $c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$   
따라서  $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$  이다.

21. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?



- ①  $y = 3x^2 - 3x - 6$                       ②  $y = -x^2 + 6x - 8$   
③  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$                       ④  $y = x^2 - 2x - 3$   
⑤  $y = -x^2 + 5x - 4$

**해설**

$y = a(x-3)(x+1)$  이고,  $(0, -3)$  을 지난다.

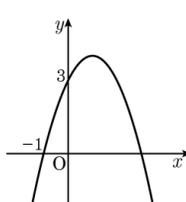
$$-3 = -3a$$

$$a = 1$$

$$\text{따라서 } y = (x-3)(x+1) = x^2 - 2x - 3$$

22. 아래 그림은 이차함수  $y = ax^2 + 2x + c$  의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?

- ①  $\frac{7}{2}$       ② 4      ③  $\frac{9}{2}$   
④ 5      ⑤  $\frac{11}{2}$



해설

$y = ax^2 + 2x + c$  에 점  $(-1, 0)$ ,  $(0, 3)$  을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x-1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

23. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하였을 때, 이 함수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x-1)^2 - 3$$

따라서  $x = 1$  일 때, 최솟값 -3 을 갖는다.

24. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + k + 2$  의 최댓값이 0 일 때,  $k$  의 값은?

- ① -5      ② -3      ③ 0      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 7

해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x-1)^2 + k + 5$$

$x = 1$  일 때, 최댓값이  $k + 5$  이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

25. 이차함수  $y = x^2 + ax + b$  는 한 점  $(-2, -5)$  을 지나고,  $x = m$  일 때 최솟값  $2m$  을 갖는다.  $m$  의 값을 구하면?

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

해설

$y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가  $(m, 2m)$  이므로  
 $y = (x - m)^2 + 2m$  에  $(-2, -5)$  를 대입한다.

$$-5 = (-2 - m)^2 + 2m$$

$$m^2 + 6m + 9 = 0$$

$$(m + 3)^2 = 0$$

따라서  $m = -3$  이다.

26. 이차함수  $y = -x^2 + 2kx + 2k$  의 최댓값을  $M$  이라 할 때,  $M$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2kx + 2k \\ &= -(x^2 - 2kx) + 2k \\ &= -(x - k)^2 + k^2 + 2k\end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서  $M$  의 최솟값  $-1$  이다.

27. 이차함수  $y = x^2 + 2kx + 4k$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

최솟값  $m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$   
따라서  $m$  의 최댓값 4이다.

28. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 100      ② 121      ③ 144      ④ 169      ⑤ 196

해설

한 자연수를  $x$  라 하면, 나머지는  $28 - x$  이다.

두 자연수의 곱은  $x(28 - x)$  이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

29. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를  $x$ cm 길게 하고 세로 길이를  $x$ cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때,  $x$ 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 14      ⑤ 15

해설

넓이를  $y$  라 하면  
 $y = (6 + x)(10 - x)$   
 $= -x^2 + 4x + 60$   
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$   
 $= -(x - 2)^2 + 64$   
따라서  $x = 2$  일 때 최댓값 64 를 가진다.

30. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ㉠  $\frac{15}{2}$ m    ㉡ 8m    ㉢  $\frac{17}{2}$ m    ㉣ 3m    ㉤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를  $y\text{m}^2$ , 반지름의 길이를  $x\text{m}$  라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이  $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$  이므로 반지름의 길이가  $\frac{15}{2}\text{m}$  일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값  $\frac{225}{4}\text{m}^2$  을 가진다.

31. 두 함수  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$  과  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$  이 모두  $y$  가  $x$  에 관한 이차함수가 되도록 상수  $a$  의 값을 정하여라.

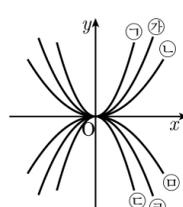
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i)  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$  이  $x$  에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $a^2 - 3a + 2 = 0$  이어야 하므로  $(a - 1)(a - 2) = 0$   
 $\therefore a = 1$  또는  $a = 2$
- ii)  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$  이  $x$  에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $2a^2 - 8 \neq 0$  이어야 하므로  $a \neq \pm 2$
- i), ii) 에 의하여  $a = 1$  이다.

32. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며,  $x$  축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉓는  $y = x^2$  의 그래프이다.  $-1 < a < 0$  일 때,  $y = ax^2$  의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉔

해설

$-1 < a < 0$  이므로 위로 볼록,  $|a| < 1$  이므로 폭은 ㉓  $y = x^2$  보다 넓은 포물선이다.  
따라서 ㉔이다.

33.  $y = 2x^2$  의 그래프 위의 두 점  $A(2, p)$ ,  $B(q, 2)$  를 지나는 직선의 방정식은?( 단,  $q < 0$ )

- ①  $y = 2x - 3$       ②  $y = -2x + 3$       ③  $y = 2x + 4$   
④  $y = -2x + 4$       ⑤  $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$  를  $y = 2x^2$  에 대입하면  $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$  를 대입하면  $2 = 2q^2$ ,  $q^2 = 1$  에서  $q = \pm 1$

그런데  $q < 0$  이므로  $q = -1$

$(2, 8)$ ,  $(-1, 2)$  를 지나는 직선의 방정식은

(기울기)  $= \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$  에  $(2, 8)$  을 대입하면

$8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$

따라서 구하는 식은  $y = 2x + 4$

34. 이차함수  $y = -\frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축 방향으로  $m$  만큼 평행이동하면 점  $(\sqrt{3}, -5)$  를 지난다고 할 때,  $m$  의 값은?

- ① 4      ② 5      ③ -5      ④ -3      ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$  에 점  $(\sqrt{3}, -5)$  를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

35. 이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 (k, 6) 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면  $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$  이다. 점 (k, 6) 을 지나므로 대입하면  $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$ ,  $9 = (k-2)^2$ ,  $k-2 = \pm 3$  따라서  $k = 5, -1$  이다.

36. 이차함수  $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이  $x$ 축 위에 있을 때,  $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{1}{4}$

해설

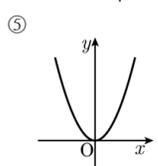
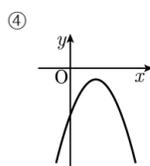
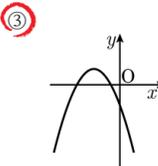
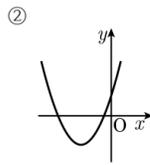
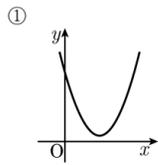
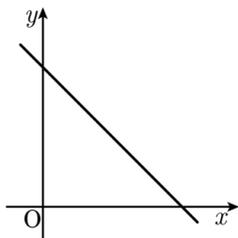
$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점  $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가  $x$ 축 위에 있으므로  $-\frac{a^2}{4} - b = 0$ ,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

37. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프로 적당한 것은?



**해설**

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로  $a < 0$  이고 ( $y$ 절편)  $> 0$  이므로  $b > 0$  이다. 따라서  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프는 위로 볼록하고,  $-b < 0$ ,  $-a > 0$  이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

38. 이차함수  $y = ax^2 + bx + 3$  의 그래프의 축과 직선  $x = -2$ 는  $y$  축에 대해 서로 대칭일 때,  $\frac{a^2}{b^2}$  의 값을 구하여라. (단,  $ab \neq 0$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1}{16}$

해설

$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + 3 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$  이므로 대칭축은  $x = -\frac{b}{2a}$  이다.

이 축이  $x = -2$  와  $y$  축에 대해 대칭이므로 대칭축은  $x = 2$  이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

39. 이차함수  $y = x^2 - 4x + 2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하였더니 점  $(3, -4)$ ,  $(0, 11)$  을 지났다.  $p + q$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = x^2 + bx + c$  라고 하자.

$y = x^2 + bx + c$  의 그래프가 점  $(3, -4)$ ,  $(0, 11)$  을 지나므로

$$-4 = 9 + 3b + c, \quad 11 = c$$

$$3b = -24 \quad \therefore b = -8$$

$$y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$$

$$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$$

꼭짓점의 좌표가  $(2, -2)$  에서  $(4, -5)$  로 이동하였으므로  $p = 2$ ,  $q = -3$  이다.

$$\therefore p + q = 2 - 3 = -1$$

40. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

①  $y = -(x-2)^2$

②  $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④  $y = -3x^2 + x$

⑤  $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

$a$ 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

$a$ 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③  $\frac{1}{3}$

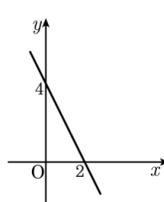
④ 3

⑤  $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

41. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$  의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ①  $(-2, 7)$                       ②  $(-2, -7)$   
③  $(7, 2)$                         ④  $(-7, 2)$   
⑤  $(2, 7)$



해설

$a = -2, b = 4$  이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는  $(2, 7)$ 이다.

42. 이차함수  $y = 3x^2 + 2x + a$  의 그래프가 점  $(a, a^2 + 2)$  를 지나고  $x$  축과 두 점에서 만나도록  $a$  의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

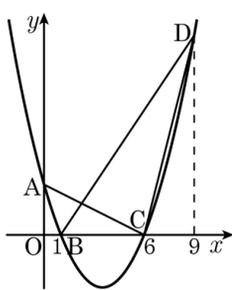
$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

$x$  축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

43. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가  $\frac{15}{2}$  일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$$c = 3, \text{ 즉 } A(0, 3) \text{ 이다.}$$

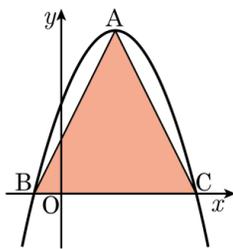
$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

44. 다음은  $y = a(x-2)^2 + 6$  의 그래프이다.  $\triangle ABC$  의 넓이가 18 일 때,  $a$  의 값을 구하면?



- ① -2      ②  $-\frac{5}{3}$       ③  $-\frac{4}{3}$       ④ -1      ⑤  $-\frac{2}{3}$

해설

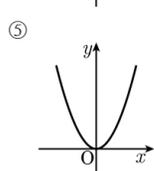
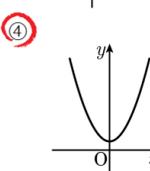
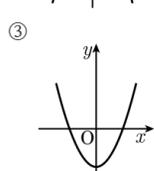
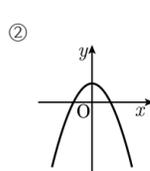
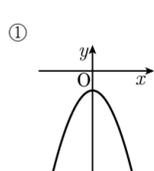
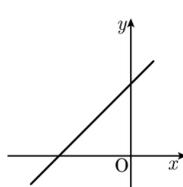
$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 (-1, 0) 이고, C 의 좌표는 (5, 0) 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$  에 (5, 0) 을 대입하면  $9a + 6 = 0$  이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

45. 일차함수  $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수  $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



**해설**

$a > 0, b > 0$  이므로  $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은  $y$  축의 위에 있다.

46. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠ 꼭짓점이  $x$  축 위에 있다.
- ㉡ 축의 방정식은  $x = 4$  이다.
- ㉢ 점  $(6, -2)$ 를 지난다.

①  $y = -2(x - 4)^2$

②  $y = 2(x - 4)^2$

③  $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④  $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤  $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

**해설**

꼭짓점이  $x$  축 위에 있으므로 꼭짓점의  $y$  좌표는 0 이다. 축의 방정식이  $x = 4$  이므로 꼭짓점의  $x$  좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는  $(4, 0)$  이다.  $y = a(x - 4)^2$  의 형태에서 점  $(6, -2)$  를 지나므로  $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$  이다.

47.  $x = 1$  일 때 최솟값  $-1$  을 갖고,  $y$  절편이  $3$  인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = a(x-p)^2 + q$  라 할 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-4$

해설

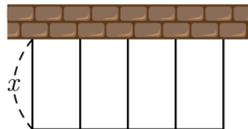
$$y = a(x-1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x-1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

48. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합이 최댓값은?



- ①  $140\text{m}^2$       ②  $160\text{m}^2$       ③  $180\text{m}^2$   
 ④  $200\text{m}^2$       ⑤  $240\text{m}^2$

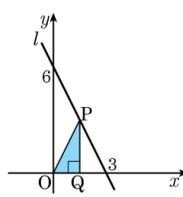
해설

담장 한 개의 가로 길이는  $\frac{60-5x}{4}$

담장의 넓이의 합은  $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$  이다.

$$\begin{aligned} \therefore -5x^2 + 60x &= -5(x^2 - 12x + 36) + 180 \\ &= -5(x-6)^2 + 180 \end{aligned}$$

49. 다음 그림과 같이 직선  $l$  위를 움직이는 점 P가 있다.  $x$  축 위에 내린 수선의 발을 Q라고 할 때,  $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제 1사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{9}{4}$

**해설**

직선  $l$ 은 두 점  $(3, 0)$ ,  $(0, 6)$ 을 지나므로

$$y = -2x + 6$$

점 P의 좌표를  $(a, b)$ 로 놓으면  $b = -2a + 6$

$$\begin{aligned} \triangle POQ &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}a(-2a + 6) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$

한편, 점 P는 제 1사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -2a + 6 > 0 \quad \therefore 0 < a < 3$$

따라서  $\triangle POQ$ 의 넓이는  $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값  $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.

50. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의  $x$  초 후의 높이를  $y$ m 라고 하면  $x$  와  $y$  사이에는  $y = 40x - 5x^2$  의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$
$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$  일 때, 최댓값 80 을 갖는다.