

1. A 의 모임은 24로 나눌 때 나머지가 2인 자연수이고, B 의 모임은 15로 나눌 때 나머지가 2인 자연수일 때, A 와 B 의 공통부분에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 124

해설

A 와 B 의 공통된 부분에서 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15의 최소공배수는 120이므로 구하는 수는 122이다.

2. x 가 -2 이상 3 이하의 정수일 때, $x^2 - x - 2 = 0$ 의 근은?

① $x = -1$

② $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = -2$

④ $x = 2$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 을 대입해 보면 성립하는 것은 $x = -1, x = 2$ 일 때이다.

3. 이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a+2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

4. 이차방정식 $x^2+ax+8=0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2-10x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+ax+8=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $a=-6$ 이다.

$x^2-6x+8=0$, $(x-4)(x-2)=0$ 이므로

다른 한 근은 $x=4$ 이다.

$3x^2-10x+b=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $b=-8$

$\therefore a-b=-6-(-8)=2$

5. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$

② $x=-2$ 또는 $x=3$

③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x-2=0 \text{ 또는 } 2x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2}$$

6. 다음 중 $2x^2 - x - 15 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ② $x + 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$

③ $x + 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ④ $2x + 3 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$

⑤ $2x - 3 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$

해설

$$2x^2 - x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 3) = 0$$

$$2x + 5 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

7. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(2x - 3)^2 = (2x + 1)(x - 9) + 25$$

① $x = -1$ 또는 $x = 7$

② $x = -1$ 또는 $x = -7$

③ $x = 1$ 또는 $x = \frac{5}{2}$

④ $x = 1$ 또는 $x = -\frac{7}{2}$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = 5$

해설

$$\text{전개해서 정리하면 } 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{7}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

8. 이차방정식 $(x+1)(x-2) = -2x+4$ 의 두 근 a, b ($a > b$) 에 대하여 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근은?

- ① $x = -3$ 또는 $x = 1$ ② $x = 3$ 또는 $x = -1$
③ $x = 2$ 또는 $x = -3$ ④ $x = 3$ 또는 $x = -3$
⑤ $x = -3$ 또는 $x = -1$

해설

방정식을 정리하면 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$
두 근이 a, b ($a > b$) 이므로 $a = 2, b = -3$
 $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $(x+3)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 1$

9. 이차방정식 $x^2 + 5ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근을 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$9 + 15a + 6 = 0$$

$$15a = -15$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

10. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}, x = -2$$

따라서 공통인 해는 $x = -2$

11. $x^2 + 4x + 4 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ (증근) ② $x = -3$ (증근) ③ $x = 5$ (증근)
④ $x = 1$ (증근) ⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$$(x+2)^2 = 0, x+2 = 0, x = -2 \text{ (증근)}$$

12. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$$4x^2 - 12x + a = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 = 0, a = 9$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

13. 이차방정식 $3(x+2)^2 = 6$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$3(x+2)^2 = 6$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$x+2 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{2}$$

따라서 두 근의 합은 -4 이다.

14. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

15. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

16. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3. \times \times \times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0. \times \times \times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

17. 이차방정식 $(x-2)(x-1) - \frac{1}{3}(x^2+1) = 3(x-3)$ 의 근은?

① $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{3}$ ② $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{3}$
④ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

양 변에 3을 곱하여 정리하면 $2x^2 - 18x + 32 = 0$ 이다.

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

18. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.
- ㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.
- ㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.
- ㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로

- ㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)
- ㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다. (거짓)
- ㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다. (참)
- ㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다. (거짓)
- ㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다. (거짓)

19. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -2$ 또는 $x = 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② 5 ③ -13 ④ -17 ⑤ 20

해설

두 근의 합 $-a = -2 + 5 \therefore a = -3$
두 근의 곱 $b = (-2) \times 5 = -10$
 $\therefore a + b = -3 - 10 = -13$

20. 이차방정식 $3x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 곱과 해가 다음과 같을 때, $m + a + b$ 의 값은?
(단, m 는 상수, a 와 b 은 유리수)

$$\begin{array}{l} \text{두 근의 곱} : -4 \\ \text{해} : \frac{a \pm \sqrt{b}}{3} \end{array}$$

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 25 ⑤ 26

해설

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{m}{3} = -4$$

$$\therefore m = -12$$

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{2}{3} = \frac{2a}{3}$$

$$\therefore a = 1$$

$$\left(\frac{a + \sqrt{b}}{3}\right) \times \left(\frac{a - \sqrt{b}}{3}\right) = \frac{a^2 - b}{9} = \frac{1 - b}{9} = -4$$

$$\therefore b = 37$$

$$\therefore m + a + b = -12 + 1 + 37 = 26$$

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 2$ 또는 $x = -5$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -7 ② -3 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(x-2)(x+5) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + 3x - 10 &= 0, a = 3, b = -10 \\ \Rightarrow a + b &= -7\end{aligned}$$

22. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -1$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$
 $x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$
 $x^2 - (3 + 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0$
 $x^2 - 5x + 3 = 0$
 $m = -5, n = 3$
 $\therefore m + n = -2$

23. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

- ① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$ 이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $-a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$
 $\therefore a = -4$
두 근의 곱은 $b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore a - b = (-4) - (-4) = 0$

24. 두 근이 연속하는 짝수인 다음 이차방정식에서 모든 k 의 값의 합은?

$$x^2 - kx + 24 = 0$$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha + \alpha + 2 = k$
 $k = 2\alpha + 2$
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$
 $\alpha^2 + 2\alpha - 24 = 0$
 $(\alpha + 6)(\alpha - 4) = 0$
 $\alpha = -6$ 또는 $\alpha = 4$
따라서 $k = -10$ 또는 $k = 10$ 이다.
 $\therefore (-10) + 10 = 0$

25. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 각각 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 7x + 10 = 0$

② $x^2 - 7x + 10 = 0$

③ $x^2 - 3x + 10 = 0$

④ $x^2 - 3x - 10 = 0$

⑤ $x^2 + 3x - 10 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$ 이므로 구하는 방정식은 $-5, 2$ 를 두 근으로 한다.

두 근의 합은 -3 , 두 근의 곱은 -10

$\therefore x^2 + 3x - 10 = 0$

26. 어느 탐험대가 동굴을 살펴보다가 35개의 보물을 발견하였다. 이 보물을 전체 탐험대원들이 똑같이 나누어 가졌더니 각자 가진 보물들 수가 전체 탐험대원 수의 2배보다 3개가 적었다. 이 때, 전체 탐험대원의 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 5명

해설

탐험대원의 수를 x 명이라 하면

$$\frac{35}{x} = 2x - 3$$

$$2x^2 - 3x - 35 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 5) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

27. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① $-10 - \sqrt{6}$ ② $-10 + \sqrt{6}$ ③ $-5 + 5\sqrt{6}$
④ $-5 - 5\sqrt{6}$ ⑤ $-10 + 5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를 x cm, $(5-x)$ cm라 하면

$$x^2 : (5-x)^2 = 2 : 3$$

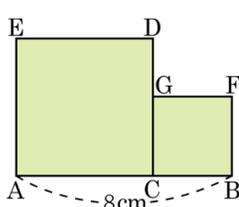
$$3x^2 = 2(5-x)^2$$

$$x^2 + 20x - 50 = 0$$

$$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$$

$$0 < x < 5 \text{ 이므로 } x = -10 + 5\sqrt{6}$$

28. 길이가 8cm 인 선분 AB 위에 점 C 를 잡아 다음 그림과 같이 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형 ACDE 의 넓이가 작은 정사각형 CDFG 의 넓이의 세 배일 때, 선분 AC 의 길이를 구하면?

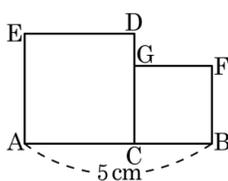


- ① $12 - 4\sqrt{3}$ (cm) ② $12 - 2\sqrt{3}$ (cm)
 ③ $12 - \sqrt{3}$ (cm) ④ $12 + 2\sqrt{3}$ (cm)
 ⑤ $12 + 4\sqrt{3}$ (cm)

해설

선분 AC 의 길이를 x 라고 하면 큰 정사각형 넓이는 x^2 , 작은 정사각형의 넓이는 $(8-x)^2$ 이므로
 $x^2 = 3(8-x)^2$, $x^2 = 192 - 48x + 3x^2$
 $x^2 - 24x + 96 = 0$
 $\therefore x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 96}}{2 \cdot 1} = 12 \pm 4\sqrt{3}$
 따라서 x 는 8 보다 작으므로 $12 - 4\sqrt{3}$ (cm)

29. 길이가 5cm 인 선분 AB 위에 점 C 를 잡아 다음 그림과 같이 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형 ACDE 의 넓이가 작은 정사각형 CBFG 의 넓이의 두 배일 때, 선분 AC 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $10 - 5\sqrt{2}$ cm

해설

선분 AC의 길이를 x 라고 하면 큰 정사각형 넓이는 x^2 , 작은

정사각형의 넓이는 $(5-x)^2$ 이므로

$$x^2 = 2(5-x)^2, x^2 = 50 - 20x + 2x^2$$

$$x^2 - 20x + 50 = 0$$

$$x = -(-10) \pm \sqrt{100 - 50} = 10 \pm 5\sqrt{2}$$

따라서 x 는 5 보다 작으므로 $10 - 5\sqrt{2}$ (cm)

30. 어떤 정사각형의 가로 길이 4cm, 세로 길이를 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 8cm^2 만큼 좁아졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x+4(\text{cm})$, $x+2(\text{cm})$ 이다.

가로의 길이 : $x+4$

세로의 길이 : $x+2$

$(x+4)(x+2) = 2x^2 - 8$ 이므로

$x^2 - 6x - 16 = 0$

$(x-8)(x+2) = 0$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 8cm 이다.

31. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

- ① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

32. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

33. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

34. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,

mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

35. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x-1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

36. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

37. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$ 가 성립할 때, $x - 2y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 2y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 3x + 6y = 0$$

$$(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) = 0$$

$$(x - 2y)(x - 2y - 3) = 0$$

$x \neq 2y$ 이므로 $x - 2y - 3 = 0, x - 2y = 3$ 이다.

38. 이차방정식 $\{1+(a+b)^2\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1-a-b)^2 - 2\{1+(a+b)^2\} \geq 0$$

$$(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a+b+1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a+b+1=0$

$$\therefore a+b+2=1$$

39. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

40. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-4)^2 - 4(-3)$
 $= 16 + 12$
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

41. 이차방정식 $x^2 - (a+3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -36

해설

$$\begin{aligned}x &= \alpha, x = \beta \text{ 를 대입하면} \\ \alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 &= 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha \\ \beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 &= 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta \\ \therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) &= (3\alpha) \times (3\beta) \\ &= 9\alpha\beta = -36\end{aligned}$$

42. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 $x, x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore x = 2$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면

$a = -8, b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

43. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 -3, 7이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 2, -6이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

① 4 ② 8 ③ -8 ④ 12 ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0, x = -2$ 또는 $x = 6$
 \therefore 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x + 3)(x - 7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x - 2)(x + 6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0 (x - 6)(x + 2) = 0, x = 6, -2$
 \therefore 두 근의 곱은 -12

44. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

45. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35개 일 때, n 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$
$$n^2 - 3n - 70 = 0$$
$$(n+7)(n-10) = 0$$
$$n = 10 (\because n > 0)$$

46. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m+n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$

47. 고속도로의 통행료를 $x\%$ 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x\%$ 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면
인상 후의 통행료는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는
 $B\left(1 - \frac{8x}{100}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 원

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{100}\right)$$

$$= A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right) \text{이다.}$$

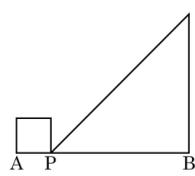
$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{8x}{100}\right) = \left(1 - \frac{78}{100}\right)$$

$$2x^2 + 175x - 1950 = 0$$

$$(2x + 195)(x - 10) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 10$$

49. 길이가 10cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아
서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변
삼각형을 만들어 넓이의 합이 36cm^2 가 되게
하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라.
(단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답: cm

▷ 정답: 2cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면
(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(10-x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(10-x)^2 = 36$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$$

$$3x^2 - 20x + 28 = 0$$

$$(3x-14)(x-2) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 2(\text{cm})$

